

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ  
МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ  
ІМ. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

# МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

ВИПУСК 5

ЛЬВІВ-2019

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ  
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

# МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР

## ВИПУСК 5

Збірник наукових праць

*За загальною редакцією  
академіка НАН України Р.М. Кушніра  
та члена-кореспондента НАН України Г.С. Кіта*

Львів – 2019

**Математичні проблеми механіки неоднорідних структур:** збірник наукових праць 10-ї Міжнародної наукової конференції / за заг. ред. Р.М. Кушніра і Г.С. Кіта // Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2019. – Вип. 5. – 289 с.

Збірник містить наукові праці, присвячені актуальним проблемам математичного моделювання в механіці деформівних твердих тіл; математичних методів механіки та термомеханіки; механіки неоднорідних твердих тіл і наномеханіки; механіки контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями; динаміки неоднорідних середовищ; оптимізації та проектування елементів конструкцій і біомеханічних систем. Вони були предметом обговорення на X Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур», яка проходила 17–19 вересня 2019 р. у Львові.

Для наукових працівників, докторантів, аспірантів, магістрів і студентів, які цікавляться означеними вище проблемами.

**Редактори:** академік НАН України Р.М. Кушнір,  
член-кореспонент НАН України Г.С. Кіт

**Заступники редакторів:** д.ф.-м.н., проф. О.Р. Гачкевич,  
д.ф.-м.н., проф. Г.Т. Сулим,  
д.ф.-м.н., ст.н.с. Ю.В. Токовий

**Відповідальні секретарі:** к.ф.-м.н., ст.н.с. В.С. Пакош,  
к.ф.-м.н. Н.М. Івасько

**Члени редколегії:** академік НАН України д.ф.-м.н., проф. В.Т. Грінченко; члени-кореспонденти НАН України: д.т.н., проф. О.Є. Андрейків, д.т.н., проф. В.С. Гудрамович, д.т.н., проф. О.М. Трофимчук, д.ф.-м.н., проф. Я.Я. Рушицький; д.ф.-м.н., проф. В.Є. Бербюк, д.ф.-м.н., ст.н.с. Б.Д. Дробенко, д.ф.-м.н., проф. Я.О. Жук, д.ф.-м.н., проф. К.Б. Казарян, д.ф.-м.н., проф. П.П. Костробій, д.ф.-м.н., ст.н.с. Я.І. Кунець, д.ф.-м.н., проф. В.В. Лобода, д.ф.-м.н., проф. Р.М. Мартиняк, д.ф.-м.н., проф. М.В. Марчук, д.ф.-м.н., проф. В.В. Михаськів, д.т.н., проф. В.В. Можаровський, д.ф.-м.н., проф. М.М. Николишин, д.ф.-м.н., проф. В.Г. Попов, д.ф.-м.н., ст.н.с. Б.В. Процюк, д.т.н., ст.н.с. Я.Д. П'янило, д.ф.-м.н., проф. М.П. Саврук, д.ф.-м.н., ст.н.с. І.М. Турчин, д.ф.-м.н., проф. В.Ф. Чекурін, д.ф.-м.н., ст.н.с. А.В. Ясінський.

**Рецензенти:** член-кореспондент НАН України І.М. Дмитрах,  
д.ф.-м.н., проф. Є.Я. Чапля

**Ухвалено до друку** Вченою радою Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України (протокол № 8 від 29.08.2019)

**За підтримки** Західноукраїнського об'єднаного осередку IEEE

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE  
PIDSTRYHACH INSTITUTE FOR APPLIED PROBLEMS  
OF MECHANICS AND MATHEMATICS

# **MATHEMATICAL PROBLEMS OF MECHANICS OF NONHOMOGENEOUS STRUCTURES**

## **FIFTH ISSUE**

Collection of scientific papers

*Edited by*

*Academician of NAS of Ukraine R.M. Kushnir  
and Corresponding Member of NAS of Ukraine H.S. Kit*

L'viv – 2019

**Mathematical Problems of Mechanics of Nonhomogeneous Structures:** collection of scientific papers of the 10<sup>th</sup> International Scientific Conference / Edited by R.M. Kushnir and H.S. Kit // L'viv: Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of NAS of Ukraine. – 2019. – 5<sup>th</sup> issue. – 289 p.

This proceedings book contains scientific papers covering current problems of mathematics and mechanics, i.e., mathematical modelling in mechanics of deformable solids, mathematical methods of mechanics and thermomechanics, mechanics of nonhomogeneous solids and nanomechanics, mechanics of contact interaction, solids with cracks and thin inclusions, dynamics of nonhomogeneous media, optimization and design structural elements and biomechanical systems. The papers were the subject matter of the discussions on the X International Conference «Mathematical Problems of Mechanics of Nonhomogeneous Structures», held on September 17–20, 2019 in L'viv.

The book may be useful to scientists, PhD students, post-graduate students, masters and students of relevant specialties.

**Editors-in-Chief:** R.M. Kushnir, Academician of NAS of Ukraine,  
H.S. Kit, Corresponding Member of NAS of Ukraine

**Deputy Editors-in-Chief:** O.R. Hachkevych, Dr. of Sci., Prof.,  
H.T. Sulym, Dr. of Sci., Prof.,  
Yu.V. Tokovyy, Dr. of Sci.

**Board Secretaries:** V.S. Pakosh, PhD,  
N.M. Ivas'ko, PhD

**Board Members:** Academician of NAS of Ukraine V.T. Grinchenko, Corresponding Members of NAS of Ukraine O.Ye. Andreikiv, V.S. Gudramovych, O.M. Trofimchuk, J.Ya. Ruschchitsky; Profs. V.Ye. Berbyuk, B.D. Drobenko, V.F. Chekurin, K.B. Ghazaryan, P.P. Kostrobiiy, Ya.I. Kunets, V.V. Loboda, M.V. Marchuk, R.M. Martynyak, V.V. Mozharovskyy, V.V. Mykhaskiv, M.M. Nykolyshyn, V.G. Popov, B.V. Protsyuk, Ya.D. Pyanylo, M.P. Savruk, I.M. Turchyn, A.V. Yasinsky, Ya.O. Zhuk.

**Reviewers:** I.M. Dmytrakh, Corresponding Member of NAS of Ukraine,  
Ye.Ya. Chaplya, Prof.

**Approved by** the Academic Council of Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of NAS of Ukraine (Meeting Record No. 8, August 29, 2019)

**Supported** by IEEE UKRAINE SECTION (WEST) MTT/ED/AP/EP/SSC SOCIETIES JOINT CHAPTER

## ЗМІСТ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У МЕХАНІЦІ  
ДЕФОРМІВНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ

<b>Аветісян Ара, Гачкевич Микола, Тріщ Богдан, Тарлаковський Дмитро</b> Модель оптимізації за напруженнями режимів нагріву скляних кусково-однорідних оболонок конвективним способом і тепловим опроміненням .....	15
<b>Андрейків Олександр, Гембара Назар</b> Моделювання впливу границь зерен на дифузію водню .....	17
<b>Асташкін Володимир, Онишко Олексій, Пелка Кшиштоф, Станік-Беслер Аніда</b> Моделювання фізико-механічного стану стрижня з пам'яттю форми за дії термосилового навантаження .....	20
<b>Бобилєв Дмитро</b> Моделювання росту тріщин в неоднорідних структурах методом граничних елементів .....	22
<b>Боженко Богдан, Онишко Олексій, Онишко Любов, Флюд Володимир</b> Напружений стан та фазовий склад консоли, виготовленої з матеріалу з пам'яттю форми при згинанні .....	24
<b>Бойко Василь, Гром'як Роман, Стащук Микола</b> Методика обчислення напружень у суцільному тілі, викликаних концентрацією водню .....	26
<b>Вайсфельд Наталя, Луценко Георгій, Толкачов Андрій</b> Кручення зрізаного пружного конуса .....	28
<b>Вайсфельд Наталя, Пожиленков Олексій</b> Мішана крайова задача теорії пружності для прямокутної області .....	30
<b>Вайсфельд Наталя, Процеров Юрій</b> Концентрація напружень в околі циліндричної тріщини всередині скінченного циліндра .....	32
<b>Ветров Олег</b> Напружено-деформований стан стан тонкої ізотропної оболонки під дією локального навантаження складної форми .....	34
<b>Волчанські Томаш, Гачкевич Олександр, Козакевич Тереза</b> Залишкові структурний та напружений стани сталевих пластин за нагріву рухомими джерелами тепла, зумовлені різницею питомих об'ємів фазових складових .....	35
<b>Гарт Етері, Марченко Олег, Кравцов Дмитро</b> Веб-сервіс для розрахунку тонких пластин методом скінченних елементів .....	37
<b>Гачкевич Микола, Ірза Євгеній, Торський Адріан, Равска-Скотнічни Анна</b> Моделювання та оптимізація за напруженнями режимів відпалу термочувливих скляних елементів при нагріві конвективним способом і джерелами тепла .....	39
<b>Гачкевич Олександр, Гуменчук Орест, Терлецький Ростислав, Мариновіч Анджей</b> Моделювання термонапруженого стану частково прозорого шару за двостороннього теплового опромінення випромінювачами різних типів .....	41

<b>Гачкевич Олександр, Івасько Роман, Моринь Стефан, Чорний Борис</b> Математична модель та методика наближеного визначення квазістатичного напруженого стану лінійно намагнічуваних тонких оболонок при дії квазіусталеного електромагнітного поля за наявності скінефекту .....	43
<b>Гачкевич Олександр, Івасько Роман, Станік-Беслер Аніда</b> Математичне моделювання квазістатичної термомеханічної поведінки лінійних відносно магнітних і електричних властивостей тіл за дії квазіусталених електромагнітних полів при наявності підмагнічування .....	45
<b>Гембара Оксана, Чепіль Ольга, Гембара Тарас, Сапужак Ярослав</b> Моделювання впливу водню на нагромадження пошкодження в металі за повзучості .....	47
<b>Грицина Ольга</b> Рівняння локально градієнтної теорії пружних балок Бернуллі-Ейлера .....	49
<b>Гуменчук Орест, Терлецький Ростислав, Журавска Александра, Буркевич-Янік Ева</b> Температурні поля і напруження в частково прозорому шарі при тепловому опроміненні за використання двох типових промислових випромінювачів .....	50
<b>Ірза Євгеній, Козьярська Анна, Шинкаренко Георгій</b> Математичні моделі і методи термомеханіки тіл обертання, виготовлених з термов'язкопружних функціонально-градієнтних матеріалів, за теплового навантаження .....	52
<b>Ірза Євгеній, Мельчарек Аніта, Можаровський Валентин</b> Моделювання та дослідження температурних полів і напружень в градієнтно неоднорідному тілі обертання за теплового навантаження .....	54
<b>Камінський Анатолій, Поліщук Тетяна, Черноіван Юрій</b> Моделювання та розрахунок зони передруйнування поблизу вершини клиновидного вирізу, що виходить на негладку межу розділу середовищ .....	56
<b>Крутій Юрій, Сур'янінов Микола</b> Дослідження коливання ортотропної пластини числово-аналітичним методом граничних елементів .....	58
<b>Курпа Лідія, Тимченко Галина, Осетров Андрій, Щербініна Тетяна</b> Дослідження геометрично нелінійних коливань багатошарових оболонок складної форми з центральним отвором .....	60
<b>Курпа Лідія, Шматко Тетяна</b> Вільні коливання багатошарових циліндричних панелей з функціонально-градієнтними шарами .....	61
<b>Кушнір Роман, Гачкевич Олександр, Терлецький Ростислав, Івасько Роман</b> Вибрані проблеми механіки зв'язаних полів у деформівних тілах за комплексних навантажень .....	62
<b>Мануйленко Роман</b> Моделювання та дослідження напружень, зміщень і фільтрації метану у масиві з розроблюваним вугільним пластом і допоміжною виробкою .....	64
<b>Махоркін Микола</b> Вплив швидкості зміни навантаження на напружений стан циліндричної оболонки з поздовжньою тріщиною .....	66

<b>Можаровський Валентин, Кузьменков Дмитро, Голубєва Олена</b> Методологія розрахунку напружень в трубі з в'язкопружною теплоізоляцією .....	68
<b>Мусій Роман, Стасюк Галина, Казарян Карен, Моринь Стефан</b> Моделі термомеханіки електропровідних тіл з плоскопаралельними межами за дії імпульсних електромагнітних полів при врахуванні термопружного розсіювання енергії .....	70
<b>Орленко Сергій</b> Динаміка тришарових конічних оболонок з підкріпленням та масами .....	72
<b>Плашенко Сергій, Кузьменко Василь</b> Зв'язані задачі взаємодії пружних тіл з рідиною та газом .....	74
<b>Сачук Юрій, Максимук Олександр</b> Математичне моделювання контактної взаємодії тіл для пружної основи з двома коефіцієнтами постелі .....	76
<b>Сенченков Ігор, Червінко Ольга, Рябцев Ігор</b> Розрахунок залишкового напружено-деформованого стану тонкошарових призматичних тіл при нарощуванні шарами рідкого металу .....	78
<b>Улітко Ігор</b> Сферичне джерело гармонічних хвиль у пружному середовищі, яке рівномірно обертається .....	79
<b>Чекурін Василь, Бойчук Юрій</b> Математичне моделювання кондуктивно-променевого теплообміну та температурних напружень у плоскому діелектричному шарі .....	81
<b>Belubekyan Mels, Ghazaryan Karen, Marzocca Pier</b> Localised waves in elastic thin-walled structures .....	83
<b>Belubekyan Mels, Sarkisyan Samvel</b> Waves propagation in the system of thin layer-half-space with mixed boundary conditions .....	85
<b>Rasoulzadeh Sam, Mousavi Atefeh</b> Hydrodynamic analysis with heat transfer in solid gas fluidized bed reactor for solar thermal applications .....	87
<b>Rushchitsky Jeremiah</b> Analysis of evolution of plane harmonic and solitary hyperelastic waves .....	89
<b>Shitikova Marina</b> Mathematical modeling of transient waves propagation in Cosserat-type thin shells and spatially curved beams of open profile .....	91
<b>Shitikova Marina, Ajenez Oleg</b> Mathematical modeling the impact response of viscoelastic plates made of auxetic materials .....	93

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МЕХАНІКИ ТА ТЕРМОМЕХАНІКИ

<b>Акуленко Леонід, Козаченко Тетяна, Лещенко Дмитро</b> Еволюція руху твердого тіла під дією нестационарного відновлюючого та збурюючого моментів .....	94
<b>Антоненко Ніна, Ткаченко Ірина</b> Плоска стаціонарна задача теплопровідності для багатошарової плити з неідеальним тепловим контактом між шарами .....	96



<b>Гарматій Галина</b> Чисельне визначення неусталеного теплового стану термочутливого порожнистого шаруватого циліндра за умов складного теплообміну .....	98
<b>Киричок Іван, Жук Ярослав, Чернюшок Ольга, Тарасов Андрій</b> Резонансна термомеханічна поведінка податливої на зсув в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзосенсорами .....	100
<b>Кіт Григорій, Івасько Наталія, Андрійчук Роман</b> Функції Гріна дво- і тривимірних задач термопружності для півпросторів зі стаціонарними джерелами і диполями тепла .....	102
<b>Коляно Ярослав, Сасс Тарас</b> Розв'язання нестационарної кондуктивної задачі термовологопровідності для двохшарової пластини щодо теплової обробки поліграфічних матеріалів .....	104
<b>Кондратюк Ярослав</b> Оптимальність адаптивного методу скінченних елементів для опуклих задач мінімізації .....	106
<b>Курпа Лідія, Любицька Катерина, Морачковська Ірина</b> Геометрично нелінійний згин функціонально-градієнтних пологих оболонок на пружній основі .....	107
<b>Кушнір Роман, Вовк Оксана, Соляр Тетяна</b> Дослідження термопружного стану термочутливих півпростору та шару з тепловиділеннями на межі контакту .....	108
<b>Кушнір Роман, Махоркін Ігор</b> Побудова аналітично-числового розв'язку задач теплопровідності та термопружності термочутливих багатшарових тіл простої геометрії .....	110
<b>Михайлишин Віра</b> Лінеаризація задачі неізотермічної пружно-пластичності для тіл з анізотропно зміцнених термочутливих матеріалів .....	113
<b>Михайлишин Віра</b> Узгодження напружень відповідно до кривої пружно-пластичного деформування .....	115
<b>Процюк Борис</b> Методика розв'язання задач термопружності для кусково-неоднорідного порожнистого ортотропного термочутливого циліндра .....	116
<b>П'янило Ярослав</b> Математичне моделювання масопереносу в складних технічних та медико-біологічних системах .....	118
<b>Ревенко Віктор</b> Подання розв'язку тривимірних рівнянь теорії пружності ортотропного тіла .....	120
<b>Скородинський Ігор</b> Усталений режим деформування нескінченного в'язкопружного шару на жорсткій основі за дії зосередженого періодичного навантаження .....	122
<b>Турчин Ігор, Василько Галина</b> Квазістатичні температурні напруження в порожнистому циліндрі, зумовлені нагріванням змішаного типу .....	124
<b>Тучапський Роман</b> Розрахунок напружено-деформованого стану локально навантажених оболонок обертання на основі методу $\{m, n\}$ -апроксимації .....	125

<b>Чекурін Василь, Постолак Леся</b> Системи власних функції осесиметричних бі-гармонічних задач для циліндричної області та їх застосування в теорії пружності .....	126
<b>Чорненький Андрій, Казберук Анджей, Саврук Михайло</b> Напружений стан квазіортотропної півплощини із синусоїдним краєм за одновісного розтягу ..	127
<b>Шевчук Віктор, Гаврись Олександр</b> Задача термопружності для півпростору з багатшаровим покриттям за термоциклічної обробки .....	129
<b>Augustyniak Jakub, Perkowski Dariusz M.</b> Determination of dimensionless parameters in two-phase flow .....	131
<b>Augustyniak Jakub, Perkowski Dariusz M.</b> Nonlinear approach to two-phase flow	133
<b>Ziari Fahd A., Benslama Achour</b> Numerical solution for a convective-radiative longitudinal colling fin with variable internal heat source and variable thermal properties .....	134

## МЕХАНІКА НЕОДНОРІДНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ І НАНОМЕХАНІКА

<b>Григоренко Олександр, Лоза Ігор, Васильєва Лариса</b> Радіальні коливання товстостінної порожнистої кулі з функціонально градієнтного п'езокерамічного матеріалу .....	136
<b>Григоренко Ярослав, Григоренко Олександр, Рожок Лілія</b> Напружений стан еліптичних порожнистих циліндрів з неперервно-неоднорідних матеріалів	138
<b>Дзюба Анатолій, Сіренко Володимир</b> Про гомогенізацію фізико-механічних характеристик матеріалу в задачах розрахунку і оптимізації параметрів багатшарових композитних оболонок обертання .....	140
<b>Нагірний Тарас, Червінка Костянтин</b> Приповерхневий дефект маси у гетерогенних тілах сферичної геометрії .....	142
<b>Стасюк Богдан</b> Моделювання поверхневого натягу в тривимірних наноконструкціях за умови змінної кривини міжфазної поверхні .....	144
<b>Ткачук Микола (мол.)</b> Пружне осереднення матеріалів із композиційною мережевою мікробудовою .....	146
<b>Шваб'юк Василь, Мікуліч Олена</b> Використання уточнених моделей механіки суцільного середовища для дослідження напруженого стану пористих тіл з дефектами за нестационарного навантаження .....	148
<b>Шваб'юк Василь, Ротко Світлана, Маткова Ада</b> До питання уточненого експериментального визначення пружних сталих комозитних матеріалів .....	150
<b>Doroszko Michał, Seweryn Andrzej</b> Densification effect analysis of sintered porous metal under compression using FEM and micro-CT .....	152
<b>Doroszko Michał, Seweryn Andrzej</b> Numerical modeling of the compressive mechanical properties of sintered porous metal based on micro-CT .....	153

<b>Sebastianiuk Piotr, Perkowski Dariusz M., Kulchytsky-Zhyhailo Roman</b> Green functions for a microperiodic composite half-space with slant layering .....	154
<b>Sebastianiuk Piotr, Perkowski Dariusz M., Kulchytsky-Zhyhailo Roman</b> On a plane contact problem for a microperiodic composite half-space with slant lamination .....	156
<b>Tokovy Yuryy, Gao Cunfa</b> Axisymmetric elastic and thermoelastic equilibrium of FGM long solid cylinders .....	158
<b>Tokovy Yuryy, Ma Chien-Ching</b> Governing equations of three-dimensional thermoelasticity problems for inhomogeneous transversely isotropic solids .....	159

МЕХАНІКА КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ, ТІЛ З ТРІЩИНАМИ  
ТА ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

<b>Бедзір Олександр, Шопа Василь</b> Контактна взаємодія прорізної циліндричної оболонки з пружним заповнювачем при неоднорідному терті .....	160
<b>Васільєв Кирил, Сулим Георгій</b> Метод вирізування у задачі поздовжнього зсуву анізотропного шару з пружним центральним анізотропним включенням .....	162
<b>Дацків Анна, Лобода Володимир</b> Електрично ізольоване включення зі змінною жорсткістю між п'єзоелектричними матеріалами .....	164
<b>Демидов Олександр, Попов Всеволод</b> Нестационарний закрут скінченного циліндра, частково зчепленого з жорсткою основою із круговим відшаруванням ..	165
<b>Дудик Михайло, Дякон Валерій, Колмакова Віра, Поліщук Тетяна, Решітнік Юлія</b> Про метод урахування маломасштабних зон передруйнування в околі концентраторів напружень .....	167
<b>Козачок Олег</b> Контакт текстурованих гідрофільних тіл з урахуванням ідеально-го газу та рідини у міжповерхневих просвітах .....	169
<b>Кравець Володимир</b> До побудови критеріїв руйнування тіл з U-подібними вирізами довільної кривини .....	171
<b>Кривий Олександр, Морозов Юрій</b> Задача термопружності для кругового міжфазного включення при різних умовах взаємодії з трансверсально-ізотропним простором .....	174
<b>Кузьменко Василь, Плащенко Сергій</b> Зв'язані контактні задачі .....	176
<b>Курташ Ірина, Шацький Іван</b> Гранична рівновага пластини з ненаскрізно заповненим тріщиноподібним дефектом .....	178
<b>Маковійчук Микола, Даляк Тарас</b> Взаємодія тріщини з колінеарною щільною у пластині на пружній основі за згину бімоментним навантаженням .....	179
<b>Максимович Олеся, Соляр Тетяна</b> Пружно-пластичне деформування біля висердленого отвору в пластинах із залишковими напруженнями .....	180

<b>Мішарін Андрій, Попов Всеволод</b> Напружений стан біля довільно орієнтованих тріщин на продовженні жорсткого включення при дії зсувної гармонічної сили .....	183
<b>Николишин Мирон, Опанасович Віктор, Куротчин Леся, Слободян Микола</b> Кусково-однорідна пружно-пластична пластина з міжфазною наскрізною тріщиною за дії зосереджених сил .....	185
<b>Онишкевич Володимир</b> Математичне моделювання зношування в плоскій задачі про контакт штампа і пружної півплощини .....	187
<b>Онишко Любов, Кваснюк Олексій, Біда Надія</b> Коефіцієнти інтенсивності напружень для лінзоподібного та ромбічного отворів в ортотропному тілі за антиплоскої деформації .....	189
<b>Острик Володимир</b> Контакт берегів міжфазної півнескінченної тріщини у кусково-однорідній смузі .....	192
<b>Попов Всеволод, Литвин Оксана</b> Визначення динамічних коефіцієнтів інтенсивності напружень для тонких дефектів у вигляді ламаних при антиплоскої деформації .....	194
<b>Прокопишин Ігор</b> Дослідження методами декомпозиції області осесиметричної задачі про контакт двох пружних тіл за наявності несущільного циліндричного пружного покриття .....	196
<b>Сеньків Леся, Дяків Василь</b> Гранична рівновага ортотропної циліндричної оболонки з внутрішньою тріщиною вздовж гвинтової лінії .....	198
<b>Середницька Христина</b> Термопружна поведінка біматеріалу, послабленого періодичною системою міжфазних заповнених щілин з урахуванням теплопровідності і тиску газу .....	200
<b>Сулим Георгій, Васишин Андрій</b> Термомагнітоелектропружність структурно неоднорідних біматеріальних тіл із неідеальним тепловим контактом складових .....	202
<b>Сулим Георгій, Гльчук Наталія, Пастернак Ярослав</b> Термомагнітоелектропружність анізотропних тіл із просторовими нитчастими жорсткими включеннями .....	204
<b>Сулим Георгій, Опанасович Віктор, Слободян Микола, Білаш Оксана</b> Чистий згин балки з тріщиною з урахуванням пластичних смуг біля її вершин .....	206
<b>Сулим Георгій, Опанасович Віктор, Яцик Ігор</b> Критичне навантаження пластини Рейсснера зі системою тріщин з урахуванням ширини області контакту їхніх берегів за згину .....	208
<b>Сяський Андрій, Шевцова Наталія, Дейнека Олег</b> Математична модель міжфазного розриву між нескінченною пластинкою з криволінійним отвором і пружним замкненим ребром .....	210
<b>Накобыан Vahram</b> Axially symmetric stressed state of a uniformly layered space with a periodic system of internal defects .....	212

<b>Накобян Ваграм, Сахакян Аветик, Амирджанян Нарутюн</b> Stress state of a compound plane with an interface rigid inclusion and a crack having common tip	214
--	-----

ДИНАМІКА НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ

<b>Бутитер Ігор, Дівєєв Богдан, Черчик Геннадій</b> Дослідження механічних коливань симетричних шаруватих балок з магнетореологічними прошарками ...	216
<b>Бутрак Іванна</b> Напружений стан в околі сфероїдального нановключення з поверхневим натягом за хвильового навантаження .....	218
<b>Васюник Зоряна</b> Застосування методу головних компонент до колориметричного сенсорного масиву даних .....	219
<b>Дівєєв Богдан</b> Проектування динамічних гасників коливань .....	221
<b>Костробій Петро, Рижа Ірина</b> Моделювання впливу дифузійних ефектів на каталітичне окиснення чадного газу .....	223
<b>Максимів Юлія, Рабош Роман, Кунець Ярослав</b> Моделі динамічних процесів у п'єзокерамічних тілах з тонкими металічними прошарками .....	225
<b>Марченко Ольга, Самойленко Тетяна, Благовещеньська Тетяна</b> Осесиметрична задача динаміки неізотермічних процесів в неоднорідному ґрунтового середовищі .....	226
<b>Матус Валерій, Міщенко Віктор, Пороховський Василь</b> Хвильові процеси у шаруватих пружних композитах з тонкими міжфазними неоднорідностями .	228
<b>Перепічка Василь</b> Переміна напрямку руху пружного стрижня з зовнішнім сухим тертям при ударі з подальшим розвантаженням зусилля притиску .....	229
<b>Станкевич Володимир, Михаськів Віктор</b> Усталені коливання пружного біматеріалу з трщинами і тонким пружним прошарком .....	230
<b>Ткачук Антон</b> Прямі методи побудови обернених матриць мас для явних методів динаміки .....	232
<b>Трофимчук Олександр, Савицький Олег</b> Моделювання динаміки контакту системи фундамент-ґрунт методом ортогональних поліномів .....	234
<b>Чернуха Ольга, Білушак Юрій</b> Процеси конвективної дифузії у тришаровому пористому тілі .....	236
<b>Шопа Тетяна</b> Динамічна поведінка ортотропної панелі подвійної кривини з двома включеннями, які взаємодіють з панеллю через пружні прошарки типу Вінклера .....	238
<b>Шопа Тетяна, Тужеляк Ольга</b> Поперечні коливання ортотропної пластини з множиною отворів довільної конфігурації за врахування розподіленого навантаження на поверхні .....	239

## ОПТИМІЗАЦІЯ ТА ПРОЕКТУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ І БІОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

<b>Андрейків Олександр, Долінська Ірина, Райтер Орест</b> Континуальна модель для оцінки залишкової довговічності фібробетонних конструкцій за локальної повзучості .....	241
<b>Бабуров Володимир, Акімов Дмитро, Ларіонов Ігор, Клименко Дмитро, Грищак Віктор, Гоменюк Сергій</b> Результати дослідження напружено-деформованого стану головного обтічника з полімерних композиційних матеріалів при дії комбінації максимальних силових факторів .....	243
<b>Бездір Олександр, Шопа Василь</b> Фрикційна взаємодія прорізної циліндричної оболонки та неоднорідного заповнювача .....	246
<b>Богданов Вячеслав, Григоренко Олександр, Сторожук Євген, Тормахов Микола</b> Про чисельне моделювання пружного деформування біомеханічної системи імплантат-кістка .....	247
<b>Гудрамович Вадим, Сіренко Володимир, Гарт Етері, Клименко Дмитро, Данієв Юрій</b> Нормативні основи обґрунтування ресурсу стартових споруд ракет-носіїв космічного призначення .....	249
<b>Демидюк Мирослав, Литвин Богдан</b> Сукупна оптимізація параметрів стопи та руху двоногого крокуючого робота .....	251
<b>Дробенко Богдан, Будз Степан, Асташкін Володимир</b> До проблеми подовження термінів експлуатації котлоагрегатів енергоблоків теплових електростанцій .....	253
<b>Дробенко Богдан, Клименко Дмитро, Харченко Володимир, Сіренко Володимир</b> До оцінювання міцності тонкостінних конструкцій .....	255
<b>Дяченко Тетяна, Клименко Дмитро, Скочко Анатолій</b> Методика визначення тримкої здатності комбінованого композиційного балона високого тиску ..	257
<b>Журавльова Ольга, Харченко Володимир</b> Методика розрахунку малогабаритного ракетного двигуна твердого палива .....	258
<b>Калиняк Богдан</b> Необхідні умови відсутності термонапружень у неоднорідному довгому стержні з прямокутним перерізом і можливість їх реалізації ....	259
<b>Марчук Михайло, Харченко Володимир, Хом'як Микола, Пакош Віра</b> Модель для визначення фізико-механічних характеристик перехресно армованих композитів з урахуванням просторового характеру напружено-деформованого стану .....	260
<b>Махненко Олег, Кандава Степан, Бабенко Андрій, Ананченко Нікіта</b> Вплив технологічних параметрів пошарового формування виробів з титанового сплаву VT6 з використанням електронно-променевого наплавлення на експлуатаційні характеристики .....	262

<b>Махненко Олег, Пустовой Антон, Саприкіна Галина</b> Розробка зварних конструкцій несучих елементів візка вантажного вагону з підвищеними характеристиками опору втомі та живучості на основі використання математичного моделювання .....	265
<b>Мусій Роман, Мельник Наталія, Бандирський Богдан, Гошко Любомир, Моринь Стефан</b> Термомеханічна поведінка біметалевих порожнистих циліндрів за нестационарних електромагнітних дій .....	267
<b>Поліщук Олександр</b> Багатошарові мережеві структури та системи .....	269
<b>Харченко Володимир, Клименко Дмитро</b> Напружено-деформований стан штифто-шпилькового з'єднання відсіків ракети при граничних температурах експлуатації .....	271
<b>Химко Ольга, Чекурін Василь</b> Математична модель для моніторингу цілісності довгого газопроводу .....	272
<b>Яджак Михайло</b> Оптимізація обчислень під час попереднього опрацювання вхідних даних, які використовуються для дослідження складних систем ....	273
<b>Яджак Михайло, Тютюнник Марія</b> Проблема оптимізації квазісистолических систем .....	275
<b>Ясіньський Анатолій, Токова Людмила</b> Оптимізація двовимірних температурних переміщень та напружень півпростору за допомогою зовнішнього теплого навантаження .....	277
<b>Berbyuk Viktor</b> Towards optimal design of engineering systems .....	278
<b>Derpeński Łukasz, Seweryn Andrzej</b> Experimental investigation of ductile fracture of elements with notches under elevated temperature .....	280
<b>Derpeński Łukasz, Seweryn Andrzej</b> Numerical investigation of ductile fracture of elements with notches under elevated temperature .....	281
<b>Egbuhuzor Udechukwu</b> Finite deformation of internally pressurized synthetic rubber-like material .....	282
<b>Falkowska Anna, Prymak Monika</b> Study on the influence of type and density of filling on the strength of medical devices obtained with FDM technology (Fused Deposition Modeling) .....	283
<b>Falkowska Anna, Seweryn Andrzej</b> Experimental tests of strength and fatigue life of 3D printed polymers .....	284
<b>Velychkovych Andrii, Shatskyi Ivan, Shopa Vasyl</b> On extreme hysteretic properties of damper with cutted shell .....	285
Алфавітний покажчик .....	286

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН СТАН ТОНКОЇ  
ІЗОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ ПІД ДІЄЮ ЛОКАЛЬНОГО  
НАВАНТАЖЕННЯ СКЛАДНОЇ ФОРМИ**

**Олег Ветров**

*Донецький національний університет імені Василя Стуса (Україна)*

[o.vetrov@donnu.edu.ua](mailto:o.vetrov@donnu.edu.ua)

На практиці елементи конструкцій завжди перебувають під дією навантажень різної фізичної природи (силові, температурні тощо) і характеру зміни в часі (статичні, динамічні). В роботі розглядаються силові навантаження на тонкооболончасті елементи конструкції. Залежно від області дії силових факторів навантаження поділяють на зосереджені та локальні. Дію зосередженого навантаження, як правило, моделюють за допомогою дельта-функції Дірака. Вільний член диференціального рівняння, що описує напружено-деформований стан, містить дельта-функцію, а отримані в результаті розв'язки називаються фундаментальними. Цей підхід дозволяє не лише ефективно використовувати математичний апарат узагальнених функцій, але й є основою для подальшого розв'язку задачі про дію локального навантаження, розподіленого по деякій замкнутій області.

В роботі досліджується напружено-деформований стан тонкої ізотропної оболонки під дією конкретного локального навантаження, розподіленого по еліптичній області. Розглядаються статичний та динамічний випадки навантаження. В основу покладені фундаментальні розв'язки, раніше отримані в [1, 2].

Робота виконана у рамках держбюджетної фундаментальної науково-дослідної теми № 0119U100042 (науковий керівник – академік В.П. Шевченко).

1. *Шевченко В.П.* Методы фундаментальных решений в теории ортотропных оболочек // Концентрация напряжений. – К.: А.С.К., 1998 – С. 205-207. (Механика композитов: В 12 т.; т. 7).
2. *Vetrov O.S., Shevchenko V.P.* Study of the stress-strain state of orthotropic shells under the action of dynamical impulse loads // Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – **183**, No. 2. – P. 231-240.

**THE STRESS-DEFORMED STATE OF A THIN ISOTROPIC SHELL  
UNDER THE ACTION OF A COMPLEX FORM LOCAL LOAD**

*The problem of the action on a thin isotropic shell of the complex shape local load is considered. The problem is investigated by using the method of fundamental solutions.*