

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТУСА
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І ТЕОРІЇ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

С. М. Мічківський, О. В. Прігунов, П. В. Римар

**СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ
методичні вказівки**

*(для студентів галузей знань
11 «Математика та статистика»
та 12 «Інформаційні технології»)*

Вінниця
ДонНУ
2019

УДК 004.02:519.816
М 706

*Рекомендовано до друку вченою радою
факультету математики та інформаційних технологій
(протокол № 9 від 16 травня 2019 р.)*

Автори: *С. М. Мічківський*, доцент кафедри прикладної математики і теорії систем управління.
О. В. Прігунов, старший викладач кафедри інформаційних систем управління.
П. В. Римар, старший викладач кафедри прикладної математики і теорії систем управління.

Рецензенти: *В. Б. Гітис*, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інтелектуальних систем прийняття рішень, Донбаська державна машинобудівна академія.
Ю. В. Шамарін, канд. екон. наук, доцент, в. о. декана факультету математики та інформаційних технологій, Донецький національний університет імені Василя Стуса.

Мічківський С. М., Прігунов О. В., Римар П. В.

М 706 Системи та методи прийняття рішень: методичні вказівки / С. М. Мічківський, О. В. Прігунов, П. В. Римар. Вінниця, ДонНУ імені Василя Стуса, 2019, 76 с.

Методичні вказівки містять основні положення теорії прийняття рішень, вимоги, що висуваються до результатів виконання індивідуальних завдань, інструкції з визначення варіанта індивідуального завдання, варіанти індивідуальних завдань для самостійної роботи студентів.

Для студентів галузей знань 11 «Математика та статистика» та 12 «Інформаційні технології».

УДК 004.02:519.816

© Мічківський С. М., 2019
© Прігунов О. В., 2019
© Римар П. В., 2019
© ДонНУ імені Василя Стуса, 2019

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	6
Вимоги до оформлення результатів виконання індивідуального завдання	6
Система оцінювання.....	6
Методика визначення номера варіанта	8
1. МНОЖИНА ЕДЖВОРТА–ПАРЕТО	9
1.1. Теоретичні положення	9
1.2. Варіанти індивідуальних завдань	10
2. МЕТОД ЛЕКСИКОГРАФІЧНОГО УПОРЯДКУВАННЯ	17
2.1. Теоретичні положення	17
2.2. Варіанти індивідуальних завдань	18
3. МЕТОД ВАРІЮВАННЯ ЗВАЖЕНОЇ СУМИ КРИТЕРІЇВ (ЛІНІЙНА ЗГОРТКА)	26
3.1. Теоретичні положення	26
3.2. Варіанти індивідуальних завдань	30
4. МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ (МЕТОД АНАЛІТИЧНОЇ ІЄРАРХІЇ)	46
4.1. Теоретичні положення	46
4.2. Варіанти індивідуальних завдань	50
5. МЕТОДИ АНАЛІЗУ КОЛЕКТИВНИХ РІШЕНЬ (ВИБОРИ)	62
5.1. Теоретичні положення	62
5.2. Варіанти індивідуальних завдань	63
6. МЕТОД ДЕЛЬФІ	68
6.1. Теоретичні положення	68
6.2. Варіанти індивідуальних завдань	70
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	71
Базова література.....	71
Додаткова література	72
ДОДАТОК А	73
ДОДАТОК Б	74

ВСТУП

Людам доводиться приймати рішення майже всюди і завжди. Цей процес супроводжує людство з часів початку розвитку розумного усвідомлення пріоритетів у виборі дій. Однак його формалізація і усвідомлення того, що схема процесу прийняття рішення не залежить від тієї предметної області, в якій рішення приймається, відбулись (за історичними мірками) нещодавно – незабаром після Другої світової війни. Виявилось, що встановлені закони прийняття рішень діють незалежно від наукової галузі.

Отже, теорія прийняття рішень – це прикладна наукова дисципліна [17]. Основну роль у її розвитку відіграють практики, що допомагають людям вирішувати проблеми вибору. Розробка методів прийняття рішень вимагає розгляду математичних, психологічних і комп'ютерних проблем. У зв'язку з цим у розвитку теорії прийняття рішень як науковому напрямі беруть участь фахівці з математики, комп'ютерних наук, інформатики та психології.

У теорії прийняття рішень використовуються «розумні» процедури вибору найкращої з декількох можливих альтернатив. Наскільки правильним буде вибір, насамперед залежить від якості даних, що використовуються при опису ситуації, в якій приймається рішення. Залежно від цього процес прийняття рішень може належати до одного з трьох можливих класів умов:

1. Прийняття рішень в умовах визначеності, коли дані відомі точно.
2. Прийняття рішень в умовах ризику, коли дані можна описати за допомогою імовірнісних розподілів.
3. Прийняття рішень в умовах невизначеності, коли даним не можна прописати відносні ваги (вагові коефіцієнти), які представляли б ступінь їх значимості у процесі прийняття рішень.

Процес прийняття рішень розглядається в умовах визначеності.

Складність багатьох проблем прийняття рішень пов'язана з наявністю кількох суперечливих цілей (цільових функцій). Часто не існує домінуючої альтернативи, яка краща за інші альтернативи з погляду всіх цих цілей. Можливо, що деякі з альтернатив можуть бути виключені з подальшого розгляду, оскільки вони домінують, але загалом просто неможливо оптимізувати кілька цільових функцій одночасно. Неможливо максимізувати прибуток і водночас мінімізувати витрати; не можна максимізувати прибуток і мінімізувати ризик; неможливо розділити торт так, щоб кожній дитині дати найбільший шматок [9].

Завданням дисципліни є дослідження можливості взаємної компенсації значень різних критеріїв або, інакше кажучи, можливості «заміщення за цінністю».

Якщо аналізована проблема не пов'язана з невизначеністю, тобто якщо нам заздалегідь точно відомі наслідки (нехай і багатовимірні) кожної з розглянутих альтернатив, то суть питання така:

«Наскільки в мірі досягнення мети 1 особа, яка приймає рішення, згодна поступитися для того, щоб збільшити значення в мірі досягнення мети 2 на деяку фіксовану величину?»

або

«Наскільки особа, яка приймає рішення, згодна поступитися за критерієм 1 для того, щоб отримати можливість використовувати альтернативу, в якій за критерієм 2 значення оцінки збільшиться на деяку фіксовану величину?»

Питання про заміщення часто виявляється питанням особистої оцінки, і в такому разі потрібна суб'єктивна думка особи, яка приймає рішення (ОПР). Питання про заміщення вимагає глибокого роздуму, при якому існують дві можливості для вирішення:

1) особа, яка приймає рішення, може неформально подумки розглянути можливість заміщення;

2) особа, яка приймає рішення, може явно формалізувати свою структуру цінностей і використовувати її для оцінювання конкуруючих альтернатив.

Отже, одним із ключових напрямів у прийнятті рішень є формалізація переваг особи, що приймає рішення, щодо багатовимірних наслідків.

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Вимоги до оформлення результатів виконання індивідуального завдання

Індивідуальні завдання містять варіанти з 6 типів задач (табл. 1.1). Для кожного типу задачі визначається номер варіанта для кожного студента (методу розрахунку номера варіанта наведено далі).

Результатом виконання індивідуального завдання є рішення відповідного варіанта індивідуального завдання для кожного типу задачі, яке надається на паперовому носії.

Для кожного виконаного індивідуального завдання проводиться процедура його захисту студентом (захист кожного типу задачі проводиться окремо). Для захисту виконаного індивідуального завдання необхідно *надати супровідний звіт* (роздрукований або написаний від руки). Звіт має містити:

- *титульний аркуш* – приклад титульного аркуша результатів виконання індивідуального завдання наведено в додатку А;
- *коротку постановку задачі* (умова завдання);
- *опис змінних і математичного апарату* (основні формули розрахунку та ін.), які використовуються у процесі розв'язування;
- *детальний опис розв'язання задачі*;
- *відповідь на поставлене питання* – розв'язання має закінчуватися відповіддю на поставлене запитання (слово «Відповідь» обов'язково присутнє у кінці рішення задачі).

Також надається **ЗВЕДЕНИЙ ЗВІТ** виконання індивідуальних завдань (додаток Б).

Система оцінювання

Система оцінювання академічних досягнень студентів з дисципліни «Системи та методи прийняття рішень» представлена в табл. 1.1.

Індивідуальне завдання оцінюється без «штрафних санкцій» у термін, зазначений у примітках табл. 1.1. Після зазначеного терміну передбачаються штрафні санкції у вигляді 50 % від отриманої оцінки.

Таблиця 1.1 – Система оцінювання академічних досягнень студентів з дисципліни «Системи і методи прийняття рішень»

№ з/п	Тип контролю	Оцінка в балах	Примітка
<i>Поточний контроль</i>			
0.	Вхідний контроль	8	1 тиждень
1.	Індивідуальне завдання № 1. Визначення множини Еджворта–Парето	6	17 варіантів (100 % до кінця 5 тижня навчання)
2.	Індивідуальне завдання № 2. Метод лексикографічного впорядкування	2	13 варіантів (100 % до кінця 5 тижня навчання)
3.	Індивідуальне завдання № 3. Метод варіювання зваженої суми критеріїв (лінійної згортки)	6	15 варіантів (100 % до кінця 5 тижня навчання)
4.	Індивідуальне завдання № 4. Метод аналізу ієрархій (метод аналітичної ієрархії)	8	11 варіантів (100 % до кінця 5 тижня навчання)
5.	Індивідуальне завдання № 5. Методи аналізу колективних рішень (вибори)	12	7 варіантів (100 % до кінця 5 тижня навчання)
6.	Індивідуальне завдання № 6. Метод Дельфі (метод прийняття колективних рішень у малих групах)	8	Самостійне визначення предметної області (100 % до кінця навчання)
7.	Організаційні питання. (відвідування занять, відповіді біля дошки та інше)	10	
<i>Всього за поточним контролем</i>		60	
<i>Підсумковий контроль</i>			
Модульний контроль (контрольна робота: тести та завдання)		40	
Всього за дисципліною		100	
<i>Додаткові види завдань (додаткові бали)</i>			
Підготовка реферату та доповідь		10	Теми доповідей погоджуються з викладачем
Розробка комп'ютерної програми реалізації одного із методів		20	Технічне завдання на програмне забезпечення погоджується з викладачем

Під час вивчення дисципліни надається можливість заробити додаткові бали за рахунок підготовки доповіді та / або розробки комп'ютерної програми, що реалізує один із методів, наведених у методичних вказівках. Вимоги до виконання додаткової роботи наведені у відповідних розділах далі, а додаткові бали у табл. 1.1.

За результатами виконання поточного і підсумкового контролю, а також інших додаткових завдань (див. табл. 1.1) необхідно підготувати зведений звіт оцінювання академічних досягнень студента з дисципліни «Системи та методи прийняття рішень» (Додаток Б).

Методика визначення номера варіанта

Індивідуальні завдання містять варіанти з 6 типів задач (див. табл. 1.1). Номер варіанта в кожному типі задачі дорівнює залишку від ділення номера документа (паспорта / студентського квитка / залікової книжки) на кількість варіантів в цьому типі задачі плюс одиниця.

Опишемо процес визначення номера варіанта в заданому типі задачі за допомогою Microsoft Excel. Для цього необхідно використовувати таку формулу MS Excel:

$$A1 = \text{ОСТАТ}(B1; C1) + 1,$$

де A1 – клітинка, що містить номер варіанта в завданні;

B1 – клітинка, що містить номер документа;

C1 – клітинка, що містить кількість варіантів у цьому типі задачі;

ОСТАТ («число», «дільник») – функція, яка повертає залишок від ділення першого аргументу «число» на другий аргумент «дільник».

Приклад. Нехай номер вашого паспорта $B1 = 0987654321 = 987654321$. Тоді для типу задачі «Множина Еджворта–Парето» номер варіанта вашого завдання:

$$A1 = \text{ОСТАТ}(B1; C1) + 1 = \text{ОСТАТ}(987654321; 17) + 1 = 1$$

(оскільки з табл. 1.1, представленої вище, впливає, що кількість варіантів $C1 = 17$ для типу задачі «Множина Еджворта–Парето»). Отже, ваш варіант для типу задачі «Множина Еджворта–Парето» дорівнює «1».

Для типу задачі «Метод лексикографічного впорядкування» номер варіанта вашого завдання:

$$A1 = \text{ОСТАТ}(B1; C1) + 1 = \text{ОСТАТ}(987654321; 13) + 1 = 5$$

(оскільки з табл. 1.1, представленої вище, впливає, що кількість варіантів $C1 = 13$ для типу задачі «Метод лексикографічного впорядкування»). Отже, ваш варіант для типу задачі «Метод лексикографічного впорядкування» дорівнює 5.

1. МНОЖИНА ЕДЖВОРТА–ПАРЕТО

1.1. Теоретичні положення

Множина Еджворта–Парето є фундаментом численних теоретичних досліджень, а також надійним інструментом при розв'язанні різних прикладних багатокритеріальних задач.

Множина Еджворта–Парето названа так іменами вчених¹, які вперше звернули увагу на альтернативи, що поступаються одна одній при оцінці за кожним критерієм.

Ідея формування множини Еджворта–Парето у «відсіюванні» альтернатив, у яких оцінки за всіма критеріями гірші, ніж у інших. Реалізація цієї ідеї потребує введення визначення відношення домінування на множині альтернатив.

Домінуюча альтернатива. Альтернативу А будемо називати домінуючою відносно альтернативи В, якщо значення оцінки альтернативи А за всіма критеріями не гірше, ніж значення оцінки альтернативи В, а хоча б за одним критерієм значення оцінки альтернативи А – краще.

За таких умов альтернатива В називається **домінована** (самостійно сформулюйте визначення **домінованої альтернативи**).

Непорівнювані альтернативи. Альтернативи А і В будемо називати непорівнюваними відносно одна одної, якщо значення оцінки альтернативи А за одним із критеріїв краще за значення цього ж критерію альтернативи В, але водночас за одним з інших критеріїв значення альтернативи А гірше за значення цього критерію альтернативи В.

Абсолютно домінуюча альтернатива – це альтернатива, яка є домінуючою відносно кожної з наданих альтернатив.

Отже, процедура формування множини Еджворта–Парето полягає у пошуку всіх домінованих альтернатив та виключення їх із процесу прийняття рішення.

Для множини Еджворта–Парето справедливі такі твердження:

- до множини Еджворта–Парето входять альтернативи, які хоча б за одним критерієм не гірші, ніж інші;

¹ Італійський економіст і соціолог Вільфредо Парето (1848–1923) першим звернув увагу на ту обставину, що починати впорядкування багатокритеріальних альтернатив потрібно з видалення явно гірших.

У 1881 р. Ф. Еджворт запропонував геометричну інтерпретацію моделі економіки чистого обміну з двома учасниками, яка згодом отримала назву «ящик Еджворта». Міркування, використані автором при аналізі зазначеної моделі в разі двох критеріїв, по суті, спиралися на поняття, що наразі відоме як «оптимальність за Парето». Останнє найменування пов'язане з ім'ям італійського економіста і соціолога В. Парето, який ввів його пізніше.

- множина Еджворта–Парето складається із непорівнювальних альтернатив або тільки однієї абсолютно домінуючої альтернативи;
- множину Еджворта–Парето називають множиною непокресуваних рішень [2].

Задача виділення множини Еджворта–Парето зазвичай розглядається як попередня, і якщо не виявлено абсолютно домінуючої альтернативи, то для прийняття рішень використовують інші методи вже на суттєво меншій множині альтернатив.

1.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ. Нехай існує необхідність вибору будинку при покупці. Обрано такі критерії оцінки: вартість, розмір, загальний стан, відстань до центру міста. Підібрано 10 альтернатив (A1 – A10) із певними значеннями за критеріями (див. нижче варіанти завдань). **Визначити множину Еджворта–Парето.**

Примітка до завдання. При оцінці «відстань до центру міста» розглядається з погляду витраченого часу на дорогу від дому до роботи у центрі міста.

Варіант 1

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі
A6	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	недалеко
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	в центрі
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 2

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі
A6	недорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A9	недорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A10	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко

Варіант 3

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі
A6	недорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A7	дорого	великий	проведено євроремонт	недалеко
A8	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A10	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом

Варіант 4

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	великий	проведено євроремонт	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі
A6	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	недалеко
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	в центрі
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 5

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі
A6	недорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A9	недорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A10	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко

Варіант 6

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	проведено євроремонт	недалеко
A2	дорого	середній	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	поза містом
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	далеко
A7	недорого	малий	проведено євроремонт	в центрі
A8	недорого	великий	проведено євроремонт	поза містом
A9	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A10	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	поза містом

Варіант 7

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A3	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A6	дорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A7	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A8	дорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A9	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A10	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі

Варіант 8

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	дорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A5	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	недалеко
A6	дорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A7	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A8	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	поза містом
A9	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A10	недорого	великий	проведено євроремонт	поза містом

Варіант 9

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A6	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	в центрі
A7	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A8	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A9	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	далеко
A10	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	поза містом

Варіант 10

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі
A6	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	не далеко
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	в центрі
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 11

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	поза містом
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	недалеко
A9	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 12

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A9	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A10	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	далеко

Варіант 13

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A10	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 14

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 15

Альтер-нативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A9	дорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 16

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A9	недорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 17

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	далеко
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	в центрі
A5	дорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі
A6	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A7	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A8	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A9	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A10	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

2. МЕТОД ЛЕКСИКОГРАФІЧНОГО УПОРЯДКУВАННЯ

2.1. Теоретичні положення

Як один із методів прийняття рішень розглянемо підхід лексикографічного впорядкування. Лексикографічне упорядкування подібне до впорядкування, встановленого у словнику.

Нехай задано множину припустимих альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, які оцінюються за k критеріями. Кожній альтернативі (дії) $a_i \in A$ визначено у відповідність k числових показників $p_{i1} = X_1(a_i), \dots, p_{ik} = X_k(a_i)$, які упорядковані за важливістю, і нехай для зручності це упорядкування відображається нумерацією критеріїв, представленою k -мірною оцінкою $X_1(a_i), \dots, X_k(a_i)$.

При реалізації методу лексикографічного упорядкування будемо використовувати правило: альтернатива $a_i \succ a_r$ (де знак \succ позначає «краще») тоді і тільки тоді, коли виконується одна з умов:

$$1) X_1(a_i) > X_1(a_r)$$

або

$$2) \exists L < m : \forall j = 1, \dots, L \Rightarrow X_j(a_i) = X_j(a_r) \text{ и } X_{(L+1)}(a_i) > X_{(L+1)}(a_r).$$

Наприклад, якщо записати значення результатів за альтернативами у вигляді рядків матриці A (n, k), то результат лексикографічного впорядкування за рядками представлятиме матрицю $A'(n, k)$, подану нижче:

$$\text{Варіант 1. } A = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 2 & 4 \\ 11 & 1 & 3 & 4 \\ 9 & 6 & 5 & 3 \\ 10 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 3 & 4 \\ 10 & 2 & 7 & 5 \\ 9 & 6 & 5 & 3 \\ 8 & 12 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Варіант 2. } A = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 5 & 4 \\ 10 & 1 & 3 & 4 \\ 9 & 6 & 5 & 3 \\ 9 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 3 & 4 \\ 9 & 6 & 7 & 5 \\ 9 & 6 & 5 & 3 \\ 8 & 10 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Інакше кажучи, ми вважаємо, що критерії $X_1(a_i), \dots, X_m(a_i)$ впорядковані за важливістю.

Перевага надається дії a_i порівняно з дією a_r , якщо вона має більше значення за $X_1(a_i)$, незважаючи на те, наскільки вона має хороші або ж погані значення за

іншими критеріями. Тільки якщо значення $X_1(a_i)$ і $X_1(a_r)$ збігаються, тоді розглядається другий критерій. Лише якщо має місце збіг і за другим критерієм – розглядається третій критерій і т. д.

Відзначимо, що якщо точки $a_i (p_{i1}, \dots, p_{ik})$ і $a_r (p_{r1}, \dots, p_{rk})$ – різні точки в просторі результатів, то вони не можуть бути однаковими за перевагами при лексикографічному упорядкуванні.

Лексикографічне упорядкування легко тлумачити, і в деяких випадках воно може відображати «дійсну» думку особи, що приймає рішення. Яскравим прикладом використання методу лексикографічного упорядкування є формування списків рекомендованих до зарахування під час приймальної кампанії у вищих навчальних закладах.

Метод лексикографічного впорядкування «легко» реалізується і в «ручному» режимі, і за допомогою засобів автоматизації, а також результати застосування методу «легко» трактуються і обґрунтовуються учасниками процесу прийняття рішення і не вимагають спеціальної кваліфікації для сприйняття.

2.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ. Донецький національний університет імені Василя Стуса організував поїздку викладачів, аспірантів і студентів різних факультетів на науково-практичну конференцію. *Для визначення «старшинства» в групі і ступеня відповідальності, необхідно впорядкувати список учасників конференції методом лексикографічного упорядкування*, використовуючи такий порядок пріоритетності характеристик викладачів, аспірантів і студентів: посаду, звання та ступінь, вік, стаж на займаній посаді, стаж науково-педагогічної діяльності.

Ієрархія залежності посад університету визначається таким впорядкованим списком: ректор, проректор, декан, завідувач кафедри, професор, доцент, старший викладач, асистент, аспірант, студент.

Характеристика «звання і ступінь» визначаються за такою впорядкованою множиною значень: {(академік, доктор наук), (професор, доктор наук), (професор, кандидат наук), (доцент, кандидат наук), (доцент, без ступеня), (без звання, кандидат наук), (без звання, без ступеня)}.

Варіант 1

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	Посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Носков Н. Б.	С10	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Петров П. П.	С11	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Семенов С. А.	С12	студент	(без звання, без ступеня)	21	4	0
Юкос Ю. Ю.	С13	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	3	5
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	21	5	0
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 2

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	ректор	(академік, доктор наук)	60	5	35
Носков Н. Б.	С10	проректор	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Петров П. П.	С11	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Семенов С. А.	С12	студент	(без звання, без ступеня)	21	4	0
Юкос Ю. Ю.	С13	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	3	5
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	21	5	0
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 3

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	ректор	(академік, доктор наук)	60	5	35
Носков Н. Б.	С10	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Петров П. П.	С11	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Семенов С. А.	С12	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Юкос Ю. Ю.	С13	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	21	5	0
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 4

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	5
Зубов М. А.	С7	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Лобов Л. Б.	С8	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Молох М. А.	С9	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Носков Н. Б.	С10	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0,1
Петров П. П.	С11	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Семенов С. А.	С12	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Юкос Ю. Ю.	С13	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Якимов Я. Б.	С14	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Якосов Я. Я.	С15	студент	(без звання, без ступеня)	21	4	0

Варіант 5

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	зав. кафедри	(академік, доктор наук)	60	5	35
Носков Н. Б.	С10	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Петров П. П.	С11	зав. кафедри	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Семенов С. А.	С12	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Юкос Ю. Ю.	С13	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	21	5	0
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 6

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	ректор	(академік, доктор наук)	60	5	35
Носков Н. Б.	С10	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	3	1
Петров П. П.	С11	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Семенов С. А.	С12	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	0
Юкос Ю. Ю.	С13	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	3	5
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	21	5	0
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 7

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	доцент	(доцент, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	студент	(без звання, без ступеня)	19	3	0
Носков Н. Б.	С10	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Петров П. П.	С11	зав. кафедри	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Семенов С. А.	С12	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Юкос Ю. Ю.	С13	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	21	5	0
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 8

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Андерс А. В.	С3	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Богданов Б. Б.	С4	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	17
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	3	1
Носков Н. Б.	С10	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Петров П. П.	С11	ст. викладач	(доцент, без ступеня)	36	10	15
Семенов С. А.	С12	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Юкос Ю. Ю.	С13	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Якимов Я. Б.	С14	декан	(академік, доктор наук)	70	15	45
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 9

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Алабанов А. Б.	С2	ректор	(академік, доктор наук)	55	1	25
Андерс А. В.	С3	студент	(без звання, без ступеня)	19	2	0
Богданов Б. Б.	С4	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	17
Добров Д. А.	С5	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Дозоров Е. А.	С6	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Зубов М. А.	С7	студент	(без звання, без ступеня)	25	5	0
Лобов Л. Б.	С8	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Молох М. А.	С9	доцент	(доцент, кандидат наук)	43	18	20
Носков Н. Б.	С10	асистент	(без звання, без ступеня)	38	1	6
Петров П. П.	С11	ст. викладач	(доцент, без ступеня)	36	10	15
Семенов С. А.	С12	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Юкос Ю. Ю.	С13	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Якимов Я. Б.	С14	декан	(академік, доктор наук)	70	15	45
Якосов Я. Я.	С15	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5

Варіант 10

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Алабанов А. Б.	С2	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Андерс А. В.	С3	декан	(академік, доктор наук)	70	15	45
Богданов Б. Б.	С4	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5
Добров Д. А.	С5	проректор	(професор, доктор наук)	55	5	28
Дозоров Е. А.	С6	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Зубов М. А.	С7	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Лобов Л. Б.	С8	студент	(без звання, без ступеня)	23	4	0
Молох М. А.	С9	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Носков Н. Б.	С10	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Петров П. П.	С11	доцент	(доцент, без ступеня)	33	3	6
Семенов С. А.	С12	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Юкос Ю. Ю.	С13	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Якимов Я. Б.	С14	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	4	3
Якосов Я. Я.	С15	ректор	(академік, доктор наук)	55	1	25

Варіант 11

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Алабанов А. Б.	С2	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Андерс А. В.	С3	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Богданов Б. Б.	С4	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Добров Д. А.	С5	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Дозоров Е. А.	С6	ректор	(академік, доктор наук)	60	5	35
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	3	1
Лобов Л. Б.	С8	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Молох М. А.	С9	зав. кафедри	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Носков Н. Б.	С10	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	0
Петров П. П.	С11	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Семенов С. А.	С12	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Юкос Ю. Ю.	С13	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Якосов Я. Я.	С15	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	5

Варіант 12

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	5
Алабанов А. Б.	С2	зав. кафедри	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Андерс А. В.	С3	декан	(академік, доктор наук)	70	15	45
Богданов Б. Б.	С4	аспірант	(без звання, без ступеня)	28	3	5
Добров Д. А.	С5	проректор	(академік, доктор наук)	55	5	28
Дозоров Е. А.	С6	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Зубов М. А.	С7	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Лобов Л. Б.	С8	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	2
Молох М. А.	С9	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	35	1	6
Носков Н. Б.	С10	професор	(академік, доктор наук)	70	15	45
Петров П. П.	С11	доцент	(доцент, без ступеня)	55	2	6
Семенов С. А.	С12	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Юкос Ю. Ю.	С13	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	1
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	35	4	7
Якосов Я. Я.	С15	проректор	(професор, доктор наук)	55	1	25

Варіант 13

Учасник конференції		Характеристики				
ПІБ	Код	посада	звання і ступінь	вік	стаж займаної посади	стаж науково-педагогічної діяльності
Абрамов А. А.	С1	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	2	6
Алабанов А. Б.	С2	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Андерс А. В.	С3	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	6
Богданов Б. Б.	С4	ст. викладач	(без звання, кандидат наук)	27	1	4
Добров Д. А.	С5	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	1	3
Дозоров Е. А.	С6	ректор	(академік, доктор наук)	60	5	35
Зубов М. А.	С7	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	3	3
Лобов Л. Б.	С8	аспірант	(без звання, без ступеня)	25	2	3
Молох М. А.	С9	зав. кафедри	(доцент, без ступеня)	36	2	5
Носков Н. Б.	С10	аспірант	(без звання, без ступеня)	30	2	2
Петров П. П.	С11	асистент	(без звання, кандидат наук)	35	1	6
Семенов С. А.	С12	декан	(доцент, кандидат наук)	55	1	15
Юкос Ю. Ю.	С13	зав. кафедри	(доцент, кандидат наук)	40	7	14
Якимов Я. Б.	С14	студент	(без звання, без ступеня)	22	5	0
Якосов Я. Я.	С15	доцент	(доцент, без ступеня)	36	2	5

3. МЕТОД ВАРІЮВАННЯ ЗВАЖЕНОЇ СУМИ КРИТЕРІЇВ (ЛІНІЙНА ЗГОРТКА)

3.1. Теоретичні положення

Метод варіювання зваженої суми критеріїв (або метод лінійної згортки) дає змогу структурувати множину альтернатив з використанням їх критеріїв. Іноді цей метод називають мультиплікативною згорткою (мультиплікативною лінійною згорткою).

Нехай задано:

- множина допустимих альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, які оцінюються за m критеріями, кожній альтернативі $a_i \in A$ визначено у відповідність m числових показників $x_{i1} = X_1(a_i), \dots, x_{im} = X_m(a_i)$, де $X_j(a_i)$ – функція або механізм перетворення у числовий показник x_{ij} значення оцінки a_i альтернативи за j -м критерієм у межах вибраної числової шкали;
- набір m чисел $(\omega_1, \dots, \omega_m)$, які відповідають критеріям оцінки альтернатив і визначають за кожним критерієм переваги особи, що приймає рішення (далі ваговий коефіцієнт важливості критеріїв ω_j).

Тоді завдання особи, що приймає рішення – вибрати альтернативу $a_i \in A$ так, щоб максимізувати функцію цінності v_i , представлену таким виразом:

$$v_i = \sum_{j=1}^m \omega_j x_{ij}, \quad (3.1)$$

$$\sum_{j=1}^m \omega_j = 1, \quad (3.2)$$

$$i=1..n, 0 < \omega_j. \quad (3.3)$$

Водночас виконання основної властивості функції цінності залежить від підходів в отриманні аналітичних (скалярних) значень за кожним критерієм, тобто у способах визначення значень $X_j(a_i)$.

Важливим аспектом у процесах прийняття рішення є вибір шкали оцінки критеріїв. Необхідною умовою ефективності оцінки альтернатив є порівнянність значень оцінки їх критеріїв за одиницями вимірювань.

Наприклад, порівняння альтернатив характеристик ноутбуків, критеріями оцінки яких є зовнішня («вінчестер») і внутрішня (оперативна) пам'ять. Незважаючи на значення вагових коефіцієнтів важливості критеріїв ω_j , значення функції цінності буде насамперед визначатися значенням розміру зовнішньої пам'яті, і тільки при відносній рівності зовнішньої пам'яті на оцінку ноутбуків буде впливати внутрішня пам'ять.

Розглянемо конкретний приклад порівняння.

Приклад 3.1. Нехай:

- 1) ваговий коефіцієнт важливості критерія «зовнішня пам'ять» $\omega_1 = 0,1$, а ваговий коефіцієнт важливості критерія «внутрішня пам'ять» $\omega_2 = 0,9$ (тобто виконується умова $\sum_{j=1}^2 \omega_j = 0,1 + 0,9 = 1$, та для особи, яка приймає рішення, показники ноутбука за внутрішньою пам'яттю суттєво важливіші за показники зовнішньої пам'яті);
- 2) дано множину альтернатив $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ (пам'ять вимірюється у гігабайтах, хоча це й не впливає на наведені розрахунки):
 - $a_1 (x_{11} = 500, x_{12} = 32)$;
 - $a_2 (x_{21} = 1000, x_{22} = 16)$;
 - $a_3 (x_{31} = 1000, x_{32} = 32)$;
 - $a_4 (x_{41} = 1500, x_{42} = 2)$.

Розрахуємо значення оцінки за функцією цінності (2.1):

- $v_1 = \sum_{j=1}^2 \omega_j x_{1j} = \omega_1 x_{11} + \omega_2 x_{12} = 0,1 \cdot 500 + 0,9 \cdot 32 = 78,8$;
- $v_2 = 0,1 \cdot 1000 + 0,9 \cdot 16 = 114,4$;
- $v_3 = 0,1 \cdot 1000 + 0,9 \cdot 32 = 128,8$;
- $v_4 = 0,1 \cdot 1500 + 0,9 \cdot 2 = 151,8$.

Зважаючи на результати розрахунків, альтернатива a_4 має найкращі показники функції цінності. Але імовірніше, a_3 є кращою за a_4 , оскільки для особи, яка приймає рішення, показники ноутбука за внутрішньою пам'яттю значно важливіші за показники зовнішньої пам'яті.

Також суттєвим обмеженням застосування формули (2.1) є необхідність «прямої» залежності показників x_{ij} від переваг особи, яка приймає рішення, тобто чим більше значення показника x_{ij} , тим краща i -та альтернатива. Таке обмеження потребує додаткової обробки значень за критеріями оцінки альтернатив, наприклад, вага вантажу під час перевезення, ціна при покупці товару.

Одним з підходів до отримання порівнянних числових показників за критеріями, які характеризують альтернативи, є нормалізація значень (зведення до єдиної шкали значень). Розглянемо один із таких підходів у нормалізації значень.

Нехай дано x_{ij} – числове значення за j -тим критерієм i -тої альтернативи.

Позначимо:

$$x_{\max j} = \text{Max}(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj});$$
$$x_{\min j} = \text{Min}(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}).$$

Тоді нормалізоване значення за критеріями буде розраховуватися за формулою:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{\min j}}{x_{\max j} - x_{\min j}}. \quad (3.4)$$

Але застосування формули (3.4) доцільне тільки при виконанні «прямої» залежності величини значення показника і привабливості і-тої альтернативи за j-тим критерієм для особи, що приймає рішення: «чим більше значення x_{ij} , тим краща альтернатива» (наприклад, вартість товару для особи, яка продає товар).

Водночас для особи, яка купує товар, застосування формули (3.4) не раціональне.

Приклад 3.2. Нехай під час покупки відома ціна 4 альтернатив:

$$x_{11} = 1000 \text{ грн}, x_{21} = 2000 \text{ грн}, x_{31} = 5000 \text{ грн}, x_{41} = 6000 \text{ грн},$$

тоді застосування описаного методу нормалізації дає можливість отримати такі показники:

$$\begin{aligned} x_{\max 1} &= 6000, x_{\min 1} = 1000; \\ p_{11} &= \frac{x_{11} - x_{\min 1}}{x_{\max 1} - x_{\min 1}} = \frac{1000 - 1000}{6000 - 1000} = 0; \\ p_{21} &= \frac{2000 - 1000}{6000 - 1000} = 0,2; \\ p_{31} &= \frac{5000 - 1000}{6000 - 1000} = 0,8; \\ p_{41} &= \frac{6000 - 1000}{6000 - 1000} = 1. \end{aligned}$$

Показник p_{41} найкращий (максимальний), але це найдорожча альтернатива, що вводить нас у протиріччя та спонукає до нераціональної поведінки: «купити найдорожче».

Отже, застосування підходів у розрахунку нормалізованих значень показників p_{ij} вимагає розгляду випадку «зворотної» залежності між величиною значення показника і привабливістю альтернативи за критерієм для особи, яка приймає рішення: «чим менше значення x_{ij} , тим краща альтернатива». Розрахунок значення нормалізованої оцінки для таких критеріїв буде здійснюватися за формулою:

$$p_{ij} = \frac{x_{\max j} - x_{ij}}{x_{\max j} - x_{\min j}}. \quad (3.5)$$

Застосуємо нормалізацію (3.5) до раніше описаних даних із прикладу 3.2:

$$p_{11} = \frac{x_{max\ 1} - x_{11}}{x_{max\ 1} - x_{min\ 1}} = \frac{6000 - 1000}{6000 - 1000} = 1;$$

$$p_{21} = \frac{6000 - 2000}{6000 - 1000} = 0,8;$$

$$p_{31} = \frac{6000 - 5000}{6000 - 1000} = 0,2;$$

$$p_{41} = \frac{6000 - 6000}{6000 - 1000} = 0.$$

Отримані нормалізовані показники за критерієм відображають раціональні переваги особи, яка приймає рішення.

З урахуванням застосування нормалізації значення показників оцінки альтернатив за критеріями, формулами (3.4) і (3.5) зміняться і формули оцінки альтернатив:

$$v_i = \sum_{j=1}^m \omega_j p_{ij}, \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^m \omega_j = 1, \quad (3.7)$$

$$i=1..n, 0 \leq p_{ij} \leq 1, 0 < \omega_j. \quad (3.8)$$

Застосуємо нормалізацію за формулою (3.4) до даних прикладу 3.1:

$$x_{max\ 1} = 1500, x_{min\ 1} = 500;$$

$$x_{max\ 2} = 32, x_{min\ 2} = 2;$$

- $a_1 (p_{11} = \frac{x_{11} - x_{min\ 1}}{x_{max\ 1} - x_{min\ 1}} = \frac{500 - 500}{1500 - 500} = 0;$
 $p_{12} = \frac{x_{12} - x_{min\ 2}}{x_{max\ 2} - x_{min\ 2}} = \frac{32 - 2}{32 - 2} = 1);$
- $a_2 (p_{21} = 0,5, p_{22} = 0.4667);$
- $a_3 (p_{31} = 0,5, p_{32} = 1);$
- $a_4 (p_{41} = 1, p_{42} = 0).$

Розрахуємо значення оцінки за функцією цінності (3.6):

- $v_1 = \sum_{j=1}^2 \omega_j p_{1j} = \omega_1 p_{11} + \omega_2 p_{12} = 0,1 \cdot 0 + 0,9 \cdot 1 = 0,9;$
- $v_2 = 0,1 \cdot 0,5 + 0,9 \cdot 0,4667 = 0,47;$
- $v_3 = 0,1 \cdot 0,5 + 0,9 \cdot 1 = 0,95;$
- $v_4 = 0,1 \cdot 1 + 0,9 \cdot 0 = 0,1.$

Зважаючи на результати розрахунків за (3.6), альтернатива a_3 має найкращі показники функції цінності, що пояснюється перевагами особи, яка приймає рішення, максимальний показник за внутрішньою пам'яттю та достатньо високий показник зовнішньої пам'яті.

Лінійна згортка базується на неявному постулаті: «низька оцінка хоча б за одним критерієм тягне за собою низьке значення функції корисності».

Водночас цей метод має використовуватися тільки для задач, що задовольняють таке припущення: «низька оцінка за одним критерієм може бути компенсована високою оцінкою за іншим».

Наприклад, для задачі порівняльної оцінки деяких «якостей» телевізорів він буде некоректним, оскільки зображення телевізора не може бути компенсоване поліпшенням якості його звуку.

3.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ. Дано характеристики ноутбуків у вигляді множини альтернатив $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, показники за критеріями яких наведено в таблиці. **Визначити найкращу альтернативу для покупки ноутбука.**

Примітка до завдання. Під час розв'язання (зокрема при використуванні формул нормалізації) необхідно використовувати максимум та мінімум тільки ті, які можливо визначити у вхідних даних.

Варіант 1

w	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,05	0,1	0,05	0,35
j	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн	
A2	Asus	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,86 кг	DOS	9 899,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Prestigio	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	2,2 кг	macOS	26 789,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 2

W	0,1	0,15	0,1	0,15	0,05	0,15	0,05	0,15	0,05	0,15	0,05	0,25
J	1	2	3	4	5	6	7	8				
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна				
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн				
A2	Asus	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,86 кг	DOS	9 899,00 грн				
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн				
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,86 кг	DOS	13 989,00 грн				
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн				
A6	Prestigio	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	2,2 кг	macOS	26 789,00 грн				

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	100

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 3

W	0,1	0,05	0,1	0,15	0,05	0,15	0,05	0,05	0,05	0,35
J	1	2	3	4	5	6	7	8		
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна		
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн		
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн		
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн		
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,86 кг	DOS	13 989,00 грн		
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн		
A6	Prestigio	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	2,2 кг	macOS	26 789,00 грн		

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 4

W	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,05	0,05	0,35
J	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн	
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Prestigio	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	2,2 кг	macOS	26 789,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 5

W	0,1	0,15	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,1	0,2
J	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн	
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 6

W	0,15	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,35
J	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн	
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	50
Asus	100
HP	90
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	50
Endless	100
macOS	0
Windows 10 Home	50

Варіант 7

W	0,15	0,1	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3
J	1	2	3	4	5	6	7	8			
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна			
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн			
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн			
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн			
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн			
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн			
A6	Asus	SDD	128 Гб	4 Гб	13,3"	1,2 кг	Endless	13 989,00 грн			

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	50
Asus	100
HP	90
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	50
Endless	100
macOS	0
Windows 10 Home	50

Варіант 8

W	0,15	0,1	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3
J	1	2	3	4	5	6	7	8		
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна		
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн		
A2	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн		
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн		
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн		
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн		
A6	Asus	SDD	128 Гб	4 Гб	13,3"	1,2 кг	Endless	13 989,00 грн		

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	50
Asus	100
HP	90
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	50
Endless	100
macOS	0
Windows 10 Home	50

Варіант 9

W	0,15	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,35
J	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Asus	SDD	128 Гб	4 Гб	13,3"	1,2 кг	Endless	13 989,00 грн	
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	50
Asus	100
HP	90
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	50
Endless	100
macOS	0
Windows 10 Home	50

Варіант 10

W	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,05	0,05	0,35
J	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Asus	SDD	128 Гб	4 Гб	13,3"	1,2 кг	Endless	13 989,00 грн	
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 11

W	0,1	0,05	0,1	0,15	0,1	0,05	0,1	0,35
J	1	2	3	4	5	6	7	8
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,86 кг	DOS	13 989,00 грн
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	30
HP	30
Lenovo	0
Prestigio	50

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 12

W	0,15	0,1	0,1	0,15	0,15	0,05	0,1	0,2
J	1	2	3	4	5	6	7	8
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,86 кг	DOS	13 989,00 грн
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	30
HP	30
Lenovo	0
Prestigio	50

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант І3

W	0,15	0,05	0,15	0,15	0,05	0,15	0,05	0,05	0,05	0,1	0,3
J	1	2	3	4	5	6	7	8			
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна			
A1	Prestigio	eMMC	32 Гб	2 Гб	14,1"	1,45 кг	Windows 10 Home	6 999,00 грн			
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	DOS	11 899,00 грн			
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн			
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн			
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн			
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн			

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	30
Asus	100
HP	90
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	50
Endless	100
macOS	0
Windows 10 Home	50

Варіант 14

W	0,1	0,15	0,1	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,1
J	1	2	3	4	5	6	7	8	
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна	
A1	Apple	SDD	128 Гб	16 Гб	13,3"	1,25 кг	macOS	30 479,00 грн	
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн	
A3	HP	HDD	500 Гб	4 Гб	15,6"	1,9 кг	Endless	7 399,00 грн	
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн	
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн	
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн	

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	100
Asus	50
HP	50
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	0
Endless	50
macOS	100
Windows 10 Home	90

Варіант 15

W	0,15	0,1	0,05	0,15	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3
J	1	2	3	4	5	6	7	8		
Номер альтернативи	Виробник	Тип зовнішньої пам'яті	Пам'ять зовнішня	Пам'ять внутрішня	Діагональ	Вага	Операційна система	Ціна		
A1	Asus	SDD	128 Гб	4 Гб	13,3"	1,2 кг	DOS	13 989,00 грн		
A2	Asus	HDD	1 000 Гб	4 Гб	17,1"	2,1 кг	Endless	11 699,00 грн		
A3	Apple	SDD	128 Гб	16 Гб	13,3"	1,25 кг	macOS	30 479,00 грн		
A4	HP	HDD	1 000 Гб	8 Гб	15,6"	1,96 кг	Endless	27 085,00 грн		
A5	Lenovo	SDD	256 Гб	8 Гб	15,6"	2,2 кг	DOS	17 999,00 грн		
A6	Apple	SDD	128 Гб	8 Гб	13,3"	1,35 кг	macOS	23 999,00 грн		

Переваги особи, яка приймає рішення, щодо критеріїв, заданих нечисловою шкалою:

Виробник	
Значення	Оцінка
Apple	70
Asus	90
HP	100
Lenovo	40
Prestigio	30

Тип зовнішньої пам'яті	
Значення	Оцінка
eMMC	50
HDD	0
SDD	100

Операційна система	
Значення	Оцінка
DOS	50
Endless	100
macOS	0
Windows 10 Home	50

4. МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ (МЕТОД АНАЛІТИЧНОЇ ІЄРАРХІЇ)

4.1. Теоретичні положення

Одним з ефективних методів рішень багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами, що містять явні і неявні фактори, є метод аналізу ієрархій (МАІ, англ. Analytic Hierarchy Process, АНР), розроблений Т. Сааті.

Для задач, що розв'язуються МАІ, дано:

- загальна мета (або цілі) розв'язання задач;
- критерії, за якими оцінюються альтернативи;
- альтернативи.

Зазвичай потрібно вибрати найкращу альтернативу або зробити їх упорядкування.

Використання МАІ передбачає реалізацію таких етапів.

1. Структуризація задачі у вигляді ієрархічної структури з декількома рівнями: цілі – критерії – альтернативи.

2. Формування матриць попарних порівнянь і обчислення оціночних коефіцієнтів для елементів кожного рівня. Водночас перевіряється узгодженість суджень ОПР.

3. Підраховується кількісний індикатор якості кожної з альтернатив і визначається найкраща альтернатива або проводиться їх упорядкування за цим значенням.

Обчислювальну основу МАІ визначають матриці попарних порівнянь об'єктів (табл. 4.1).

Для формування матриць попарних порівнянь (наприклад, об'єктів А і В) використовується шкала значень (балів) [19, 20, 22]:

- «1» – А і В однаково важливі;
- «2»–«3» – А незначно важливіше, ніж В;
- «4»–«5» – А значно важливіше за В;
- «6»–«7» – А явно важливіше за В;
- «8»–«9» – А за своєю значущістю абсолютно перевершує В.

Таблиця 4.1 – Приклад матриці попарних порівнянь об'єктів А, В, С, D

	A	B	C	D
A	1	5	6	7
B	1/5	1	4	6
C	1/6	1/4	1	4
D	1/7	1/6	1/4	1

Матриця попарних порівнянь є обернено-симетричною, тобто якщо в позиції (клітинки матриці) з номерами ij розташоване значення p_{ij} , то в клітинці матриці з номером ji має розташовуватися зворотна величина, рівна $1/p_{ij}$.

Матриця порівняння формується шляхом порівняння об'єкта, що розташований у рядку, відносно об'єкта, що розташований у стовпці. Тобто для прикладу, наведеного в табл. 4.1, об'єкт А значно важливіший за об'єкт В, відповідно значення клітинки таблиці парних порівнянь 1-го рядка і 2-го стовпчика дорівнює 5.

При порівнянні елемента з собою маємо рівну значущість, так що на перетині рядка А зі стовпчиком А в позиції (А, А) заносимо 1.

Заносимо відповідні зворотні величини: 1, 1/3, ..., або 1/9 на перетинах стовпчика А і рядка В, тобто в позицію (В, А) для зворотного порівняння В з А.

Обчислення вектора пріоритетів за матрицею попарних порівнянь у математичних термінах – це обчислення головного власного вектора, який після нормалізації стає вектором пріоритетів.

Грубі оцінки значення головного власного вектора можна отримати такими чотирма способами [12, 13]:

Спосіб 1. «Суми за рядками». Підсумувати елементи кожного рядка і нормалізувати розподілом кожної суми на суму всіх елементів. Сума отриманих результатів буде дорівнювати одиниці. Перший елемент результуючого вектора буде пріоритетом першого об'єкта, другий – другого об'єкта і т. д. (приклад розрахунку в табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів першим способом

	A	B	C	D	Σ	$\Sigma/37,18$
A	1,00	5,00	6,00	7,00	19,00	0,5111
B	0,20	1,00	4,00	6,00	11,20	0,3013
C	0,17	0,25	1,00	4,00	5,42	0,1457
D	0,14	0,17	0,25	1,00	1,56	0,0419
					37,18	

Спосіб 2. «Суми за стовпцями». Підсумувати елементи кожного стовпця і отримати зворотні величини цих сум. Нормалізувати їх так, щоб їх сума дорівнювала одиниці, розділити кожну зворотну величину на суму всіх зворотних величин (приклад розрахунку в табл. 4.3).

Таблиця 4.3 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів другим способом

	A	B	C	D	
A	1,00	5,00	6,00	7,00	
B	0,20	1,00	4,00	6,00	
C	0,17	0,25	1,00	4,00	
D	0,14	0,17	0,25	1,00	
Σ	1,51	6,42	11,25	18,00	
$1/\Sigma$	0,66	0,16	0,09	0,06	0,96
$\Sigma/0,96$	0,69	0,16	0,09	0,06	

Спосіб 3. «Зворотні величини». Розділити елементи кожного стовпця на суму елементів цього стовпчика (тобто нормалізувати стовпець), потім додати елементи кожного отриманого рядка і розділити цю суму на число елементів рядка. Це називається процесом усереднення за нормалізованими стовпцями (приклад розрахунку в табл. 4.4).

Таблиця 4.4 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів третім способом

	A	B	C	D	Σ	$\Sigma/4$
A	0,66	0,78	0,53	0,39	2,36	0,591
B	0,13	0,16	0,36	0,33	0,98	0,244
C	0,11	0,04	0,09	0,22	0,46	0,115
D	0,09	0,03	0,02	0,06	0,20	0,050

Спосіб 4. «Середньо геометричні значення за рядком». Необхідно перемножити n елементів кожного рядка і витягти корінь n -го ступеня з отриманого добутку (приклад розрахунку в табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів четвертим способом

	A	B	C	D	Π	$\sqrt[n]{\Pi}$	$\sqrt[n]{\Pi}/6,20$
A	1,00	5,00	6,00	7,00	210,00	3,81	0,61
B	0,20	1,00	4,00	6,00	4,80	1,48	0,24
C	0,17	0,25	1,00	4,00	0,17	0,64	0,10
D	0,14	0,17	0,25	1,00	0,01	0,28	0,04
						6,20	

Порівнюючи отримані результати, зазначимо, що точність розрахунків підвищується від 1-го до 4-го способу, проте одночасно ускладнюється обчислення.

Під час використання таблиць попарного порівняння розглядаються індекси узгодженості. Для їх розрахунку помножимо матрицю порівнянь справа на розраховану оцінку вектора рішення, отримаємо новий вектор (табл. 4.6).

Розділивши першу компоненту цього вектора на першу компоненту оцінки вектора рішення, другу компоненту нового вектора на другу компоненту оцінки вектора рішення і т. д., визначимо ще один вектор. Розрахуємо середнє арифметичне отриманого вектора. Отримане значення λ_{\max} називають максимальним або головним власним значенням і використовують для оцінки узгодженості, що відображає пропорційність переваг.

Чим ближче λ_{\max} до n (числа об'єктів у матриці), тим більш узгоджений результат [19, 20].

Таблиця 4.6 – Приклад розрахунків для індексу узгодженості

	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{\Pi}$	$w_i = \sqrt[4]{\Pi} / 6,20$	НОВИЙ вектор v_i	v_i/w_i
A	1,00	5,00	6,00	7,00	2,10	3,81	0,61	2,74	4,462
B	0,20	1,00	4,00	6,00	4,80	1,48	0,24	1,04	4,367
C	0,17	0,25	1,00	4,00	0,17	0,64	0,10	0,44	4,311
D	0,14	0,17	0,25	1,00	0,01	0,28	0,04	0,20	4,421
								Σ	17,561
								λ_{\max}	4,390

Індексом узгодженості (ІУ) назвемо величину:

$$IY = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1).$$

Випадковим індексом (ВІ) назвемо індекс узгодженості, розрахований за даними оцінок, які згенеровано¹ у випадковий спосіб за шкалою від 1 до 15 (табл. 4.7).

Таблиця 4.7 – Значення випадкового індексу узгодженості

п, порядок матриці	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ВІ	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

¹ У школі Уортона згенерували середні випадкові індекси для матриць порядку від 1 до 15. Використовувалося 500 величин випадкової вибірки в матрицях порядку до 11×11 , а для $n = 12, 13, 14, 15$ на базі 100 випадкових вибірок.

Відношення узгодженості (ВУ) – це відношення індексу узгодженості (ІУ) до випадкового індексу (ВІ) для матриці того ж порядку:

$$ВУ = ІУ / ВІ.$$

У табл. 4.6 наведено приклад розрахунку λ_{\max} . Проведемо розрахунок наближеного значення індексу узгодженості і його аналіз відносно узгодженості.

$$ІУ = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) = (4,39 - 4) / (4 - 1) = 0,130088;$$

$$ВІ = 0,9;$$

$$ВУ = ІУ / ВІ = 0,130088 / 0,9 = 0,144542.$$

Значення $ВУ \leq 0,1$ вважається прийнятним.

4.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ. Дано (у вигляді таблиць попарного порівняння) критерії оцінки будинку і варіанти, доступні для покупки (альтернативи). **Використовуючи метод аналізу ієрархій, упорядкувати альтернативи від найкращої до найгіршої.**

Примітка до завдання. Під час розв'язання необхідно застосувати два способи грубої оцінки значення головного власного вектора:

- одне розв'язання з застосуванням *Способу 4 «Середньо геометричні значення за рядком»*;
- друге розв'язання із застосуванням або *Способу 1 «Суми за рядками»*, або *Способу 2 «Суми за стовпцями»* або *Способу 3 «Зворотні величини»*.

Варіант 1

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	5	3	9	6	5	1/3	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/5	1	1/3	5	3	3	1/5	1/7
C3	Околиця	1/3	3	1	6	3	5	9	1/5
C4	Коли побудований будинок	1/9	1/5	1/6	1	1/3	1/4	1/7	1/8
C5	Двір	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
C6	Сучасне обладнання	1/5	1/3	1/5	4	2	1	1/5	1/6
C7	Загальний стан	3	5	1/9	7	5	5	1	1/2
C8	Фінансові умови	4	7	5	8	6	6	2	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	А	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	А	Б	В
А	1	1/8	1/3	А	1	5	1/5
Б	8	1	4	Б	1/5	1	1/8
В	3	1/4	1	В	5	8	1

Околиця	А	Б	В	Коли побудований будинок	А	Б	В
А	1	8	6	А	1	1	9
Б	1/8	1	1/4	Б	1	1	9
В	1/6	4	1	В	1/9	1/9	1

Двір	А	Б	В	Сучасне обладнання	А	Б	В
А	1	5	4	А	1	8	6
Б	1/5	1	1/3	Б	1/8	1	1/5
В	1/4	3	1	В	1/6	5	1

Загальний стан	А	Б	В	Фінансові умови	А	Б	В
А	1	1/2	1/2	А	1	1/7	1/5
Б	2	1	1	Б	7	1	3
В	2	1	1	В	5	1/3	1

Варіант 2

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/5	1	1/3	5	3	3	1/5	1/7
C3	Околиця	1/3	3	1	6	3	4	6	1/5
C4	Коли побудований будинок	1/7	1/5	1/6	1	1/3	1/4	1/7	1/8
C5	Двір	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
C6	Сучасне обладнання	1/6	1/3	1/4	4	2	1	1/5	1/6
C7	Загальний стан	3	5	1/6	7	5	5	1	1/2
C8	Фінансові умови	4	7	5	8	6	6	2	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	А	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	А	Б	В
А	1	6	8	А	1	5	1/5
Б	1/6	1	4	Б	1/5	1	1/8
В	1/8	1/4	1	В	5	8	1

Околиця	А	Б	В	Коли побудований будинок	А	Б	В
А	1	8	6	А	1	1	1
Б	1/8	1	1/4	Б	1	1	1
В	1/6	4	1	В	1	1	1

Двір	А	Б	В	Сучасне обладнання	А	Б	В
А	1	5	4	А	1	8	6
Б	1/5	1	1/3	Б	1/8	1	1/5
В	1/4	3	1	В	1/6	5	1

Загальний стан	А	Б	В	Фінансові умови	А	Б	В
А	1	1/2	1/2	А	1	1/7	1/5
Б	2	1	1	Б	7	1	3
В	2	1	1	В	5	1/3	1

Варіант 3

Завдання «Купівля будинку»: матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/5	1	1/3	7	3	3	1/5	1/7
C3	Околиця	1/3	3	1	6	3	6	6	1/5
C4	Коли побудований будинок	1/7	1/7	1/6	1	1/3	3	1/7	1/8
C5	Двір	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
C6	Сучасне обладнання	1/6	1/3	1/6	1/3	2	1	1/5	1/6
C7	Загальний стан	3	5	1/6	7	5	5	1	1/2
C8	Фінансові умови	4	7	5	8	6	6	2	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	А	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	А	Б	В
А	1	6	8	А	1	5	1/5
Б	1/6	1	4	Б	1/5	1	1/8
В	1/8	1/4	1	В	5	8	1

Околиця	А	Б	В	Коли побудований будинок	А	Б	В
А	1	7	6	А	1	3	7
Б	1/7	1	1/4	Б	1/3	1	3
В	1/6	4	1	В	1/7	1/3	1

Двір	А	Б	В	Сучасне обладнання	А	Б	В
А	1	5	4	А	1	8	6
Б	1/5	1	1/3	Б	1/8	1	1/5
В	1/4	3	1	В	1/6	5	1

Загальний стан	А	Б	В	Фінансові умови	А	Б	В
А	1	1/2	1/5	А	1	1/7	1/5
Б	2	1	4	Б	7	1	3
В	5	1/4	1	В	5	1/3	1

Варіант 4

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/5	1	1/3	7	3	3	1/5	1/7
C3	Околиця	1/3	3	1	6	3	6	6	1/5
C4	Коли побудований будинок	1/7	1/7	1/6	1	1/3	3	1/7	1/8
C5	Двір	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
C6	Сучасне обладнання	1/6	1/3	1/6	1/3	2	1	1/5	1/6
C7	Загальний стан	3	5	1/6	7	5	5	1	1/2
C8	Фінансові умови	4	7	5	8	6	6	2	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	A	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	A	Б	В
A	1	6	8	A	1	5	1/5
Б	1/6	1	4	Б	1/5	1	1/8
В	1/8	1/4	1	В	5	8	1

Околиця	A	Б	В	Коли побудований будинок	A	Б	В
A	1	7	6	A	1	3	7
Б	1/7	1	1/4	Б	1/3	1	3
В	1/6	4	1	В	1/7	1/3	1

Двір	A	Б	В	Сучасне обладнання	A	Б	В
A	1	5	4	A	1	8	6
Б	1/5	1	1/3	Б	1/8	1	1/5
В	1/4	3	1	В	1/6	5	1

Загальний стан	A	Б	В	Фінансові умови	A	Б	В
A	1	1/2	1/5	A	1	1/7	1/5
Б	2	1	4	Б	7	1	3
В	5	1/4	1	В	5	1/3	1

Варіант 5

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	5	3	1/5	6	6	1/3	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/5	1	1/3	1/3	7	5	1/5	1/7
C3	Околиця	1/3	3	1	6	3	5	6	1/5
C4	Коли побудований будинок	5	3	1/6	1	1/3	3	1/9	1/8
C5	Двір	1/6	1/7	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
C6	Сучасне обладнання	1/6	1/5	1/5	1/3	2	1	1/5	1/6
C7	Загальний стан	3	5	1/6	9	5	5	1	1/2
C8	Фінансові умови	4	7	5	8	6	6	2	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	А	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	А	Б	В
А	1	6	9	А	1	7	5
Б	1/6	1	4	Б	1/7	1	1/8
В	1/9	1/4	1	В	1/5	8	1

Околиця	А	Б	В	Коли побудований будинок	А	Б	В
А	1	4	7	А	1	7	2
Б	1/4	1	1/4	Б	1/7	1	3
В	1/7	4	1	В	1/2	1/3	1

Двір	А	Б	В	Сучасне обладнання	А	Б	В
А	1	6	4	А	1	9	6
Б	1/6	1	1/3	Б	1/9	1	1/5
В	1/4	3	1	В	1/6	5	1

Загальний стан	А	Б	В	Фінансові умови	А	Б	В
А	1	1/2	5	А	1	1/7	1/5
Б	2	1	4	Б	7	1	3
В	1/5	1/4	1	В	5	1/3	1

Варіант 6

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	1/6	1	1/5	1/6	1/5	1/9	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	6	1	1/3	1/7	1/8	1/4	1/5	1/4
C3	Околиця	1	3	1	1/5	3	1/6	1/7	1/5
C4	Коли побудований будинок	5	7	5	1	1/8	1/7	1/9	1/8
C5	Двір	6	8	1/3	8	1	1/2	1/5	3
C6	Сучасне обладнання	5	4	6	7	2	1	4	1/6
C7	Загальний стан	9	5	7	9	5	1/4	1	1/2
C8	Фінансові умови	4	4	5	8	1/3	6	2	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	A	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	A	Б	В
A	1	3	2	A	1	1/5	5
Б	1/3	1	4	Б	5	1	7
В	1/2	1/4	1	В	1/5	1/7	1

Околиця	A	Б	В	Коли побудований будинок	A	Б	В
A	1	2	1/5	A	1	7	2
Б	1/2	1	1/4	Б	1/7	1	3
В	5	4	1	В	1/2	1/3	1

Двір	A	Б	В	Сучасне обладнання	A	Б	В
A	1	1/3	1/3	A	1	3	1/3
Б	3	1	7	Б	1/3	1	1/4
В	3	1/7	1	В	3	4	1

Загальний стан	A	Б	В	Фінансові умови	A	Б	В
A	1	3	8	A	1	2	1/5
Б	1/3	1	1/2	Б	1/2	1	1/4
В	1/8	2	1	В	5	4	1

Варіант 7

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	7	3	6	3	6	7	1/3
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/7	1	1/3	5	4	7	1/5	1/6
C3	Околиця	1/3	3	1	3	3	1/2	6	1/3
C4	Коли побудований будинок	1/6	1/5	1/3	1	1/3	6	1/3	1/4
C5	Двір	1/3	1/4	1/3	3	1	2	1/5	1/5
C6	Сучасне обладнання	1/6	1/7	2	1/6	1/2	1	6	1/7
C7	Загальний стан	1/7	5	1/6	3	5	1/6	1	1/4
C8	Фінансові умови	3	6	3	4	5	7	4	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	А	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	А	Б	В
А	1	8	5	А	1	4	3
Б	1/8	1	1/3	Б	1/4	1	1/3
В	1/5	3	1	В	1/3	3	1

Околиця	А	Б	В	Коли побудований будинок	А	Б	В
А	1	1/7	1/5	А	1	1/4	5
Б	7	1	6	Б	4	1	2
В	5	1/6	1	В	1/5	1/2	1

Двір	А	Б	В	Сучасне обладнання	А	Б	В
А	1	5	6	А	1	7	1/3
Б	1/5	1	1/7	Б	1/7	1	1/5
В	1/6	7	1	В	3	5	1

Загальний стан	А	Б	В	Фінансові умови	А	Б	В
А	1	1/3	1/6	А	1	6	1/2
Б	3	1	1/7	Б	1/6	1	1/5
В	6	7	1	В	2	5	1

Варіант 8

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	4	3	6	4	5	1/3	3
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/4	1	1/5	1/7	1/6	1/5	1/5	1/3
C3	Околиця	1/3	5	1	5	3	4	3	5
C4	Коли побудований будинок	1/6	7	1/5	1	6	5	1/3	1/8
C5	Двір	1/4	6	1/3	1/6	1	1/4	1/5	1/6
C6	Сучасне обладнання	1/5	5	1/4	1/5	4	1	3	8
C7	Загальний стан	3	5	1/3	3	5	1/3	1	3
C8	Фінансові умови	1/3	3	1/5	8	6	1/8	1/3	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	A	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	A	Б	В
A	1	1/9	1/3	A	1	1/3	3
Б	9	1	7	Б	3	1	1/2
В	3	1/7	1	В	1/3	2	1

Околиця	A	Б	В	Коли побудований будинок	A	Б	В
A	1	1/6	1/4	A	1	1/2	5
Б	6	1	3	Б	2	1	5
В	4	1/3	1	В	1/5	1/5	1

Двір	A	Б	В	Сучасне обладнання	A	Б	В
A	1	2	6	A	1	3	4
Б	1/2	1	4	Б	1/3	1	1/8
В	1/6	1/4	1	В	1/4	8	1

Загальний стан	A	Б	В	Фінансові умови	A	Б	В
A	1	6	1/6	A	1	1/8	1/5
Б	1/6	1	1/3	Б	8	1	3
В	6	3	1	В	5	1/3	1

Варіант 9

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	7	3	4	1/7	6	7	2
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/7	1	1/8	1/6	1/9	3	3	2
C3	Околиця	1/3	8	1	8	1/6	5	6	5
C4	Коли побудований будинок	1/4	6	1/8	1	1/5	5	4	1/3
C5	Двір	7	9	6	5	1	7	5	3
C6	Сучасне обладнання	1/6	1/3	1/5	1/5	1/7	1	1/6	6
C7	Загальний стан	1/7	1/3	1/6	1/4	1/5	6	1	3
C8	Фінансові умови	1/2	1/2	1/5	3	1/3	1/6	1/3	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	А	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	А	Б	В
А	1	3	8	А	1	7	5
Б	1/3	1	1/6	Б	1/7	1	1/4
В	1/8	6	1	В	1/5	4	1

Околиця	А	Б	В	Коли побудований будинок	А	Б	В
А	1	3	1/5	А	1	1/2	1/4
Б	1/3	1	1/6	Б	2	1	1/3
В	5	6	1	В	4	3	1

Двір	А	Б	В	Сучасне обладнання	А	Б	В
А	1	5	1/4	А	1	1/6	1/5
Б	1/5	1	1/2	Б	6	1	1/8
В	4	2	1	В	5	8	1

Загальний стан	А	Б	В	Фінансові умови	А	Б	В
А	1	3	1/3	А	1	1/7	3
Б	1/3	1	2	Б	7	1	8
В	3	1/2	1	В	1/3	1/8	1

Варіант 10

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	8	1/7	7	5	6	1/2	1/7
C2	Зручність автобусних маршрутів	1/8	1	1/8	1/6	1/3	1/5	1/3	1/4
C3	Околиця	7	8	1	3	7	6	6	1/3
C4	Коли побудований будинок	1/7	6	1/3	1	8	5	3	1/6
C5	Двір	1/5	3	1/7	1/8	1	1/4	1/3	1/8
C6	Сучасне обладнання	1/6	5	1/6	1/5	4	1	1/7	1/4
C7	Загальний стан	2	3	1/6	1/3	3	7	1	1/5
C8	Фінансові умови	7	4	3	6	8	4	5	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	A	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	A	Б	В
A	1	2	6	A	1	8	1/2
Б	1/2	1	1/7	Б	1/8	1	1/9
В	1/6	7	1	В	2	9	1

Околиця	A	Б	В	Коли побудований будинок	A	Б	В
A	1	1/6	1/4	A	1	3	2
Б	6	1	1/6	Б	1/3	1	1/9
В	4	6	1	В	1/2	9	1

Двір	A	Б	В	Сучасне обладнання	A	Б	В
A	1	4	1/5	A	1	5	3
Б	1/4	1	1/7	Б	1/5	1	1/4
В	5	7	1	В	1/3	4	1

Загальний стан	A	Б	В	Фінансові умови	A	Б	В
A	1	3	1/3	A	1	2	4
Б	1/3	1	2	Б	1/2	1	5
В	3	1/2	1	В	1/4	1/5	1

Варіант 11

Матриця парних порівнянь за критеріями

Критерії		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
		Розмір будинку	Зручність автобусних маршрутів	Околиця	Коли побудований будинок	Двір	Сучасне обладнання	Загальний стан	Фінансові умови
C1	Розмір будинку	1	1/6	1/7	1/3	1/7	1/5	1/2	1/4
C2	Зручність автобусних маршрутів	6	1	1/5	1/3	5	1/5	1/2	2
C3	Околиця	7	5	1	3	6	5	6	8
C4	Коли побудований будинок	3	3	1/3	1	8	5	3	6
C5	Двір	7	1/5	1/6	1/8	1	1/4	1/3	3
C6	Сучасне обладнання	5	5	1/5	1/5	4	1	1/6	1/8
C7	Загальний стан	2	2	1/6	1/3	3	6	1	3
C8	Фінансові умови	4	1/2	1/8	1/6	1/3	8	1/3	1

Матриця парних порівнянь оцінки альтернатив А, Б, В за кожним критерієм

Розмір будинку	A	Б	В	Зручність автобусних маршрутів	A	Б	В
A	1	1/7	1/2	A	1	1/6	1/2
Б	7	1	5	Б	6	1	4
В	2	1/5	1	В	2	1/4	1

Околиця	A	Б	В	Коли побудований будинок	A	Б	В
A	1	1/3	2	A	1	1/4	1/5
Б	3	1	3	Б	4	1	1/7
В	1/2	1/3	1	В	5	7	1

Двір	A	Б	В	Сучасне обладнання	A	Б	В
A	1	6	1/2	A	1	5	7
Б	1/6	1	1/4	Б	1/5	1	1/5
В	2	4	1	В	1/7	5	1

Загальний стан	A	Б	В	Фінансові умови	A	Б	В
A	1	6	1/6	A	1	1/6	4
Б	1/6	1	1/7	Б	6	1	7
В	6	7	1	В	1/4	1/7	1

5. МЕТОДИ АНАЛІЗУ КОЛЕКТИВНИХ РІШЕНЬ (ВИБОРИ)

5.1. Теоретичні положення

Інтерес до різних систем голосування спостерігався приблизно з XVIII ст. у Франції. Одним із перших, хто зацікавився системами голосування, був французький вчений маркіз де Кондорсе (1743–1794). Він сформулював принцип або критерій, що дає змогу визначити переможця в демократичних виборах.

Принцип де Кондорсе: кандидат, який перемагає при порівнянні один на один з будь-яким з інших кандидатів, є переможцем на виборах.

Однак незабаром маркіз де Кондорсе зіткнувся з парадоксом, який отримав згодом його ім'я. При «парадоксі де Кондорсе» підрахунок голосів призводить до протиріччя, до порушення транзитивності відношення: $A \succ B \succ C \succ A$. Зіткнувшись із цим парадоксом, Кондорсе вибрав «найменше зло», а саме ту думку, яка підтримується більшістю голосів.

Правило більшості голосів визначає переможцем кандидата, який отримав найбільшу кількість голосів (розглядаються голоси, коли кандидат займає перше місце).

Ще одним з відомих методів визначення переможця при колективному голосуванні є *метод Борда*. Відповідно до цього методу результати голосування виражаються у вигляді числа балів, набраних кожним з кандидатів.

Нехай число кандидатів дорівнює n . Тоді за перше місце присуджується вага $v = n$ балів, за друге $v = (n-1)$, за останнє $v = 1$ бал. Отже, кількість балів, набрана i -м кандидатом, визначається формулою:

$$b_i = \sum_{j=0}^k v_{ij},$$

де v_{ij} – ваговий коефіцієнт i -го кандидата для j -го виборця, який визначається його зайнятим місцем; k – кількість виборців.

Незважаючи на простоту методів підрахунку голосів, спосіб визначення переможця при демократичній системі голосування (одна людина – один голос) істотно залежить від процедури голосування.

5.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ. Нехай було проведено опитування виборців щодо уподобань у визначенні лідерських якостей чотирьох кандидатів «А», «В», «С», «D». Кожен з виборців упорядкував кандидатів відповідно до своїх уподобань. У таблицях наведено зведені дані результатів опитування (вихідні дані). **Визначити лідера (переможця на виборах)**, використовуючи розрахунки методу аналізу колективних рішень (вибори):

- за принципом де Кондорсе;
- за правилом більшості голосів;
- за методом Борда.

Варіант 1

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	27	A > C > B > D
2	41	A > D > C > B
3	26	B > A > D > C
4	12	B > C > D > A
5	21	B > D > C > A
6	40	C > A > B > D
7	31	C > A > D > B
8	42	C > D > A > B
9	21	D > A > B > C
10	28	D > A > C > B
11	21	D > C > A > B
310		<i>Всього голосів</i>

Варіант 2

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	20	A > B > C > D
2	50	A > B > D > C
3	2	A > C > B > D
4	3	A > C > D > B
5	12	A > D > B > C
6	34	B > A > D > C
7	30	B > C > D > A
8	18	C > A > D > B
9	32	C > B > A > D
10	41	C > D > A > B
11	21	D > A > C > B
12	6	D > B > A > C
13	15	D > B > C > A
14	15	D > C > A > B
15	1	D > C > B > A
300		<i>Всього голосів</i>

Варіант 3

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	11	A > B > C > D
2	22	A > B > D > C
3	6	A > C > B > D
4	3	A > C > D > B
5	21	A > D > B > C
6	23	B > A > D > C
7	5	B > C > D > A
8	5	B > D > A > C
9	6	B > D > C > A
10	26	C > B > A > D
11	89	C > D > A > B
12	21	D > A > C > B
13	6	D > B > A > C
14	15	D > C > A > B
15	41	D > C > B > A
300		<i>Всього голосів</i>

Варіант 4

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	16	A > B > C > D
2	4	A > B > D > C
3	12	A > C > B > D
4	3	A > C > D > B
5	12	A > D > B > C
6	21	B > A > C > D
7	2	B > A > D > C
8	27	B > C > A > D
9	5	B > C > D > A
10	15	C > A > D > B
11	14	C > B > D > A
12	21	C > D > A > B
13	8	D > A > B > C
14	2	D > A > C > B
15	7	D > C > A > B
16	31	D > C > B > A
200		<i>Всього голосів</i>

Варіант 5

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	12	A > C > D > B
2	7	A > D > B > C
3	21	B > A > C > D
4	4	B > A > D > C
5	35	B > C > A > D
6	21	B > C > D > A
7	16	B > D > C > A
8	34	C > A > B > D
9	16	C > A > D > B
10	17	C > B > A > D
11	2	C > B > D > A
12	21	C > D > A > B
13	29	D > A > B > C
14	31	D > A > C > B
15	7	D > C > A > B
16	27	D > C > B > A
	300	<i>Всього голосів</i>

Варіант 6

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	12	A > C > D > B
2	7	A > D > B > C
3	21	B > A > C > D
4	4	B > A > D > C
5	35	B > C > A > D
6	21	B > C > D > A
7	16	B > D > C > A
8	34	C > A > B > D
9	16	C > A > D > B
10	17	C > B > A > D
11	2	C > B > D > A
12	21	C > D > A > B
13	29	D > A > B > C
14	31	D > A > C > B
15	7	D > C > A > B
16	27	D > C > B > A
	300	<i>Всього голосів</i>

Варіант 7

	Кількість голосів	Варіанти упорядкування кандидатів
1	3	A > B > D > C
2	15	A > C > D > B
3	26	B > A > D > C
4	24	B > C > A > D
5	12	B > C > D > A
6	24	B > D > A > C
7	21	B > D > C > A
8	4	C > A > B > D
9	3	C > A > D > B
10	27	C > B > D > A
11	6	C > D > A > B
12	31	C > D > B > A
13	8	D > A > C > B
14	19	D > B > A > C
15	26	D > C > A > B
16	31	D > C > B > A
	280	<i>Всього голосів</i>

6. МЕТОД ДЕЛЬФІ

6.1. Теоретичні положення

Одним із методів групового прийняття рішення (або групового опитування) є метод Дельфі і його модифікації. Метод Дельфі належить до класу кількісних методів групових експертних оцінок.

Метод Дельфі – багатоетапний метод, який передбачає початкове ізольоване винесення експертами своїх суджень з подальшим багаторазовим їх коригуванням на базі ознайомлення кожного експерта з судженнями інших експертів до тих пір, поки величина розподілу оцінок не буде знаходитись у границях заздалегідь установленого бажаного інтервалу варіювання оцінок.

Процедура експертного опитування за методом Дельфі складається з кількох етапів.

ЕТАП 1. ФОРМУВАННЯ РОБОЧОЇ ГРУПИ. Для проведення опитування за методом Дельфі необхідно створити робочу (аналітичну) групу, яка після кожного туру здійснює статистичну обробку отриманої інформації. Завдання робочої групи полягає в організації процедури експертного опитування.

ЕТАП 2. ФОРМУВАННЯ ЕКСПЕРТНОЇ ГРУПИ. Відповідно до методу Дельфі група експертів має включати 10–15 фахівців за різними напрямками діяльності у обраній предметній області, до якої відносяться питання, що будуть сформульовані у подальшому.

ЕТАП 3. ФОРМУЛЮВАННЯ ПИТАНЬ. Питання мають бути чіткими та однозначно трактованими, припускати однозначні відповіді. Визначається допустима величина розподілу оцінок і який з параметрів (середнє значення, медіана) буде взятий як відповідь.

ЕТАП 4. ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРТИЗИ. Метод Дельфі передбачає повторення декількох турів проведення опитування. Під час проведення:

- перший тур – експертам надаються питання;
- кожен тур (крім першого) – експертам надаються результати попереднього туру (оцінки, обґрунтування оцінок, розрахунки статистичної обробки результатів попереднього туру).

Експерт у кожному турі в обов'язковому порядку повинен надати:

- відповідь на поставлене запитання у вигляді кількісної оцінки;
- навести обґрунтування своєї кількісної оцінки.

Експерти під час процесу прийняття рішення повинні обов'язково ознайомитися з оцінками, обґрунтуванням оцінок, розрахунками статистичної обробки

результатів попереднього туру. Експерти за результатами представлених розрахунків можуть побачити, як корелюється їх думка з думкою всієї групи експертів. Вони можуть змінити свої думки або залишитися при своїй думці, але в цьому разі висунути контраргументи на свою користь. Водночас суворо дотримується принцип анонімності.

Якщо розподіл оцінок менший або дорівнює заданому інтервалу (на етапі 3), то експертиза вважається закінченою і визначаються її результати. Якщо протягом 4–5 турів не відбувається зменшення розподілу оцінок, проводиться аналіз на доцільність продовження проведення експертизи (наприклад, виявлені антагоністичні підгрупи експертів).

ЕТАП 5. ПІДВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ ОПИТУВАННЯ. За результатами експертизи проводиться аналіз ефективності дій експертів і допущених помилок в організації експертизи.

Розглянемо формули розрахунку статистичної обробки результатів кожного туру.

Нехай $O = \{o_i\}$ – множина отриманих оцінок, де o_i – оцінка і-го експерта.

Аналітична група проводить статистичну обробку отриманої від усіх експертів інформації. Для цього розраховуються:

1. Середнє значення досліджуваного параметра:

$$SR = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n o_i.$$

2. Визначається медіана як середній член упорядкованої множини оцінок експертів (зауваження: упорядковуються оцінки експертів зі зростання; береться оцінка з номером як ціла частина від $(n / 2 + 1)$ при n непарному; при n парному середньоарифметичне значення оцінок з номерами $(n / 2)$ і $(n / 2 + 1)$).

3. Показник квартиль, значення якого дорівнює $1/4$ різниці між максимальною і мінімальною оцінкою ряду: $kv = \frac{(o_{\max} - o_{\min})}{4}$.

4. Область довіри, яка розраховується через показник квартиль, і початком якої є мінімальна оцінка плюс значення квартіля, а кінцем – максимальна оцінка мінус значення квартіля:

$$d_1 = o_{\min} + kv, \quad d_2 = o_{\max} - kv.$$

Недоліки метода Дельфі:

- суб'єктивність думок фахівців, які беруть участь в опитуванні (метод не дає можливості зіштовхувати в суперечці думки експертів);
- великі витрати часу;

- експерт може погодитися з думкою більшості, щоб уникнути необхідності пояснення, в чому полягає відмінність його рішення від інших варіантів (деякі фахівці вважають, що «припущення про те, щоб ті, хто різко розходиться з думкою більшості, обґрунтували свій погляд, може привести до посилення ефекту пристосування, а не зменшити його, як це було задумано»).

Переваги методу Дельфі.

Метод Дельфі має безсумнівні переваги порівняно з методами, заснованими на звичайній статистичній обробці результатів індивідуальних опитувань. Він дає змогу зменшити коливання за всією сукупністю індивідуальних відповідей, обмежує коливання всередині груп.

Водночас, як показують проведені експерименти, наявність малокваліфікованих експертів надає менш сильний вплив на групову оцінку, ніж просте усереднення результатів відповідей, оскільки ситуація допомагає їм виправити відповіді за рахунок отримання нової інформації від своєї групи.

За допомогою цього методу можуть бути розв'язані такі завдання: визначення термінів виконання робіт від видачі технічного завдання на роботу до початку експлуатації об'єкта; визначення пріоритетних напрямів розвитку підприємств галузі (наприклад, визначити бюджет фінансування проекту / напрямку діяльності) та іншого.

6.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ. Для реалізації індивідуального завдання за методом Дельфі (метод прийняття колективних рішень у малих групах) необхідно вибрати самостійно предметну галузь і сформулювати питання.

Наприклад: *«Який курс долара відносно гривні буде у вересні 2020 р.»*.

Реалізація методу має містити результати декількох турів, водночас відображати всі дані, що надаються експертам (оцінка, пояснення, розрахункові значення).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Базова література

1. Белкин А. Р., Левин М. Ш. Принятие решений: комбинаторные модели аппроксимации информации. М.: Наука, 1990.
2. Воробйов С. А., Мар'їн С. О., Пономаренко О. С. Теорія прийняття рішень. Класичні підходи: навч. посібник. Харків: ХТУРЕ, 2000. 196 с.
3. Гафт М. Г., Подиновский В. В. О построении решающих правил в задачах принятия решений. *Автоматика и телемеханика*. 1981. № 6.
4. Гафт М. Г. Принятие решений при многих критериях. М.: Знание, 1979.
5. Джарратано Д., Райли Г. Экспертные системы: принципы разработки и программирование / пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1152 с.
6. Джексон П. Введение в экспертные системы = Introduction to Expert Systems. 3-е изд. М.: Вильямс, 2001. 624 с.
7. Дюк В. Самойленко А. Data Mining: учебный курс (+CD). СПб: Питер, 2001. 368 с.
8. Емельянов С. В., Ларичев О. И. Многокритериальные методы принятия решений. М.: Знание, 1985.
9. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
10. Ларичев О. И. Мошкович Е. М. Качественные методы принятия решений. М.: Физматлит, 1996.
11. Ларичев О. И. Наука и искусство принятия решений. М.: Наука, 1979.
12. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах: учебник. М.: Логос, 2000. 296 с.
13. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах: учебник. Изд. второе перераб. и доп. М.: Логос, 2002. 392 с.
14. Литвак Б. Г. Экспертная информация: методы получения и анализа. М.: Радио и связь, 1981.
15. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining / А. А. Барсегян, М. С. Куприянов, В. В. Степаненко, И. И. Холод. СПб: БХВ-Петербург, 2004. 336 с.
16. Миркин Б. Г. Проблема группового выбора. М.: Наука, 1974.
17. Волошин О. Ф., Мащенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. 2-ге вид., перероб. та допов. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. 336 с.

18. Подиновский В. В. Многокритериальные задачи с упорядоченными по важности критериями. *Автоматика и телемеханика*. 1976. № 11.
19. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.
20. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 278 с.
21. Слепцов А. І., Зоденко М. А. Прийняття рішень в складних системах. К.: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. 182 с.
22. Таха Хемди А. Введение в исследование операций 7-е издание пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. 912 с.
23. Творошенко І. С. Конспект лекцій з дисципліни «Технології підтримки прийняття рішень в геоінформаційних системах» для студентів 1 курсу денної форми навчання спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій спеціалізації (освітньої програми) – «Геоінформаційні системи і технології» / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2016. 79 с.
24. Чубукова И. А. Data Mining: учебное пособие. М: Интернет-университет информационных технологий: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2006. 382 с.

Додаткова література

25. Гарсиа-Молина Г., Ульман Д., Уидом Д. Системы баз данных. Полный курс пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003 1088 с.
26. Кнут Д. Э. Искусство программирования. Сортировка и поиск: учебное пособие. 2-е изд. М.: Вильямс, 2000. Т. 3. 832 с.

Приклад титульного аркуша індивідуального завдання

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТУСА
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ
ТЕХНОЛОГІЙ

Індивідуальне завдання № 1

Визначення множини Еджворта–Парето

ВАРІАНТ 1

Дисципліна

СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ

Виконав:

студент групи КНІТ-Б17

спеціальність «Комп'ютерні науки»

І. І. Іванов

Викладач:

канд. екон. наук, старший науковий
співробітник, доцент

С. М. Мічківський

Вінниця – 2019

Приклад зведеного звіту оцінювання академічних досягнень студента

ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТУСА

ЗВЕДЕНИЙ ЗВІТ

оцінювання академічних досягнень студента з дисципліни

СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ

Студент **Іванов Іван Іванович**Група **КНІТ-Б17**Спеціальність **«Комп'ютерні науки та інформаційні технології»**

№ з/п	Тип контролю	Максимум балів	Оцінка в балах	Примітка
<i>Поточний контроль</i>				
0.	Вхідний контроль	8		
1.	Індивідуальне завдання № 1. Визначення множини Еджворта-Парето	6		
2.	Індивідуальне завдання № 2. Метод лексикографічного впорядкування	2		
3.	Індивідуальне завдання № 3. Метод варіювання зваженої суми критеріїв (лінійної згортки)	6		
4.	Індивідуальне завдання № 4. Метод аналізу ієрархій (метод аналітичної ієрархії)	8		
5.	Індивідуальне завдання № 5. Методи аналізу колективних рішень (вибори)	12		
6.	Індивідуальне завдання № 6. Метод Дельфі (метод прийняття колективних рішень у малих групах)	8		
7.	Організаційні питання (відвідування занять, відповіді біля дошки та інше)	10		
<i>Всього за поточним контролем</i>		60		
<i>Підсумковий контроль</i>				
Модульний контроль		40		
<i>Додаткові види завдань (додаткові бали)</i>				
1.	Підготовка реферату та доповідь	10		
2.	Розробка комп'ютерної програми реалізації одного із методів	20		
Всього за дисципліною		100		

Викладач

С. М. Мічківський

ДЛЯ ПОДАТОК

Навчальне видання

Мічківський Сергій Миколайович
Прізунов Олексій Володимирович
Римар Павло Володимирович

**СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**
методичні вказівки

(для студентів галузей знань
11 «Математика та статистика»
та 12 «Інформаційні технології»)

Редактор
Технічний редактор

І. М. Колесникова
Т. О. Важеніна

Підписано до друку 30.08.2019
Формат 60 x 84/16. Папір офсетний.
Друк – цифровий. Умовн. друк. арк. 4,41
Тираж 100 прим. Зам. 77

Донецький національний університет імені Василя Стуса
21021, м. Вінниця, 600-річчя, 21
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру
серія ДК № 5945 від 15.01.2018